



SCM

# Notícies

42

Desembre 2017

- Dobles titulacions
- 2018: l'Any de la Biologia Matemàtica
- Conversa entre Marta Berini i Lluís Almor
- Yves Meyer, premi Abel 2017



*135 vectors*, escultura de Salvador Juanpere  
Parlament d'Escòcia, Edimburg



Institut  
d'Estudis  
Catalans



---

SOCIETAT CATALANA DE MATEMÀTIQUES

---

President: Xavier Jarque i Ribera  
Vicepres.: Enric Ventura i Capell  
Vicepres. adj.: Iolanda Guevara  
i Casanova

Secretari: Albert Ruiz i Cirera  
Tresorera: Natàlia Castellana i Vila  
Vocals: Albert Avinyó i Andrés  
Marta Berini i López-Lara  
Núria Fagella i Rabionet  
Alberto Herrero Izquierdo  
Josep Grané i Manlleu  
Carles Romero i Chesa  
Manuel Udina i Abelló

Delegat  
de l'IEC: Joan Girbau i Badó

---

Comunicacions:

Carrer del Carme, 47  
08001 Barcelona  
Tel.: **932 701 620**  
Fax: **932 701 180**  
A/e: scm@iec.cat

Secretària: Núria Fuster  
Tel.: **933 248 583** de 10 a 17 h

---

SCM/Notícies

**Desembre 2017. Número 42**

Edita:

Societat Catalana de Matemàtiques  
(filial de l'Institut d'Estudis Catalans)

Editor en cap: Albert Avinyó i Andrés  
albert.avinyo@udg.edu

---

Disseny: Teresa Sabater

---

Foto de portada:

*135 vectors*, escultura de  
Salvador Juanpere

ISSN: 1696-8247

Dipòsit Legal: B.9480-2003

---

## Índex

---

|  |           |
|--|-----------|
| <b>La Junta informa</b>  | <b>1</b>  |
| <b>Editorial</b>   | <b>5</b>  |
| <b>Internacional</b>   | <b>6</b>  |
| La columna de l'EMS . . . . .  | 6         |
| <b>Noticiari</b>   | <b>8</b>  |
| Les universitats informen . . . . .  | 8         |
| Petites experiències matemàtiques . . . . .  | 14        |
| Relleu al Deganat de la Facultat de Matemàtiques<br>i Informàtica de la UB . . . . . | 17        |
| Els números canten. Cançons i cantarelles de nombres                                 | 18        |
| <b>Activitats</b>  | <b>19</b> |
| EMS-SCM Joint Meeting . . . . .  | 19        |
| XIV Jornada d'Ensenyament de les Matemàtiques  | 20        |
| Campus Cangur 2017 . . . . .   | 25        |
| Segona Jornada de Sistemes Dinàmics a Catalunya                                      | 27        |
| Passejades matemàtiques per... Girona . . . . .                                      | 29        |
| Activitats amb ajut de la Societat . . . . .   | 31        |
| <b>Premis, beques i reconeixements</b>   | <b>35</b> |
| <b>Contribucions</b>   | <b>36</b> |
| Yves Meyer, premi Abel 2017 . . . . .  | 36        |
| Dobles titulacions . . . . .   | 43        |
| Beques de batxillerat CiMs+Cellex . . . . .  | 47        |
| Maryam Mirzakhani . . . . .  | 53        |
| La prova Cangur, fàcil o difícil? . . . . .  | 55        |
| <b>Converses a dues bandes</b>   | <b>59</b> |
| Marta Berini i Lluís Almor . . . . .   | 59        |
| <b>La pregunta de la SCM/Notícies</b>  | <b>64</b> |
| Què t'ha aportat fer una doble titulació? . . . . .                                  | 64        |
| <b>Cultura i matemàtiques</b>  | <b>70</b> |
| El color en les matemàtiques . . . . .   | 70        |
| El teatre a Barcelona . . . . .  | 79        |
| Relat breu: La meitat de la coca . . . . .   | 82        |
| <b>Racó biogràfic</b>  | <b>83</b> |
| Pietro Mengoli (1627–1686), un matemàtic singular                                    | 83        |
| <b>Problemes</b>   | <b>92</b> |
| Matemots . . . . .   | 96        |
| <b>Tesis</b>   | <b>96</b> |

## Report de la Junta

Albert Ruiz  
Secretari de la SCM

Comencem aquest report informant de les accions dutes a terme des de l'anterior informe, aparegut a la *SCM/Notícies* 41:

Comencem informant d'un canvi a la Junta de la SCM: Abraham de la Fuente s'ha incorporat com a vocal de la Junta en lloc d'Alberto Herrero. Dins encara l'apartat de canvis, Toni Guillamon i Joan Saldaña han substituït Josep Maria Font i Jorge Mateu al comitè editorial del *Butlletí* de la SCM. Des de la Junta, agraïm als membres sortints la feina feta durant aquest període.

El passat 22 de novembre, dins els actes d'inici de curs, es va fer l'assemblea general de socis. La sessió començà amb la xerrada de Julià Cufí Sobregrau (catedràtic emèrit de la UAB) titulada «Sobre unes desigualtats geomètriques en el pla» i a continuació va començar l'assemblea. Destaquem en aquest report la part de l'informe del president que no es va incloure a les *SCM/Notícies* anteriors.

El president va informar de les activitats fetes, començant per les relacionades amb ensenyament i a continuació les de recerca.

Dins de les d'ensenyament, va informar que ja estan en funcionament els programes Estalmat (finançat per Cellex i el Ministerio de Economía, Industria y Competitividad) i Bojos per les Matemàtiques (finançat per la Fundació Catalunya-La Pedrera).

El 30 de setembre es va celebrar a la seu de l'IEC la XIV Jornada de l'Ensenyament de les Matemàtiques amb el títol «Xarxes per comunicar, compartir i cooperar en l'educació matemàtica» i coorganitzada per les societats Al-Khwarizmi, Feemcat i SBM-Xeix.

De les activitats de recerca, el president va informar dels congressos i trobades en què ha participat la SCM:

- La segona edició dels Barcelona Mathematical Days, que es va celebrar a la seu de l'IEC el 27 i 28 d'abril.
- La primera trobada conjunta RSME-SCM-SMS (Real Sociedad Matemática Española, Societat Catalana de Matemàtiques i Swedish Mathematical Society) del 12 al 15 de juny a Umeå, Suècia.
- La segona trobada conjunta EMS-SCM (Edinburgh Mathematical Society i Societat Catalana de Matemàtiques) a Edimburg del 27 al 29 de setembre.

A l'apartat de publicacions, el president va informar que, des de l'última assemblea, han aparegut amb la periodicitat habitual el *Butlletí*, *NouBiaix* (coeditat amb Feemcat), el *Reports@SCM* i la *SCM/Notícies*.

Continuant amb l'ordre del dia, la tesorera de la SCM, Natàlia Castellana, va informar de les propostes de tancament de l'exercici 2016 i el pressupost per al 2018. Les dues propostes es van aprovar per assentiment.

Després de resumir l'assemblea del 2017, cal destacar que la SCM ha donat suport a les activitats següents amb el fons de promoció d'activitats: «Workshop e-math 2017» i «Topics in Complex Dynamics».

Pel que fa als premis de la SCM: el 7 de juny es va fer públic el premi Barcelona Dynamical Systems, guardó que es beneficia del mecenatge del professor Carles Simó. El jurat va proposar que s'adjudiqués a Jordi-Lluís Figueras, Àlex Haro i Alejandro Luque com els autors de l'article «Rigorous Computer-Assisted Application of KAM Theory: A Modern Approach».

Finalment, cal destacar com a activitat prevista la trobada conjunta amb les societats austríaca, txeca, eslovaca i eslovena de matemàtiques (CSASC) del 13 al 15 de setembre de 2018 a Bratislava.

## Assemblea general i estat de comptes

Natàlia Castellana  
Tresorera de la SCM

Benvolguts socis,

Ens plau fer-vos arribar el resum comptable de l'any 2016.

### Pressupost de la SCM per a l'any 2016 (aprovat per l'Assemblea en data 12 de novembre de 2015)

| Ingressos 2016                |                   | Despeses 2016               |                   |
|-------------------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------|
| Quotes                        | 27.000,00         | Publicacions                | 20.000,00         |
| Vendes                        | 250,00            | Quotes RSME / EMS           | 500,00            |
| Representació internacional   | 1.500,00          | Representació internacional | 1.500,00          |
| Inscripcions CSASC            | 1.000,00          | Reunions europees           | 2.000,00          |
| Inscripcions Cangur           | 110.000,00        | Premi Évariste Galois       | 1.000,00          |
| Fundació privada Cellex       | 20.000,00         | Premi Albert Dou            | 2.500,00          |
| IEC (publicacions)            | 5.000,00          | Olimpíada (fase catalana)   | 1.500,00          |
| IEC (activitats científiques) | 10.000,00         | Olimpíada (fase espanyola)  | 2.500,00          |
| Ingressos financers           | 600,00            | Cangur                      | 124.000,00        |
| Romanent 2015                 | 12.350,00         | Estalmat                    | 10.000,00         |
| <b>Total</b>                  | <b>187.700,00</b> | CSASC                       | 6.000,00          |
|                               |                   | Museu de les Matemàtiques   | 2.000,00          |
|                               |                   | Personal secretaria         | 6.000,00          |
|                               |                   | Despeses financeres         | 200,00            |
|                               |                   | Missatgeria i correus       | 4.000,00          |
|                               |                   | Conferències i activitats   | 4.000,00          |
|                               |                   | <b>Total</b>                | <b>187.700,00</b> |

A continuació us presentem el balanç real de les diferents activitats dutes a terme l'any 2016:

### Resum 2016

| Concepte   | Ajuts IEC        | Altres ajuts     | Ingressos         | Despeses          |
|--|------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| Ajuts activitats                                       | 10.000,00        |                  |                   |                   |
| Publicacions   | 4.406,63         |                  | 801,16            | 12.842,53         |
| Ajuts per internacionalitat                            | 1.350,00         |                  |                   | 1.350,00          |
| Quotes CIMPA   | 200,00           |                  |                   | 200,00            |
| Quota IMU 2015   |                  |                  |                   | 1.500,00          |
| Quota IMU 2016   |                  |                  |                   | 2.000,00          |
| Quotes SCM   |                  |                  | 25.474,00         |                   |
| Traspàs de quotes EMS                                  |                  |                  |                   | 1.125,00          |
| Despeses secretaria                                    |                  |                  |                   | 181,861           |
| Despeses de representació                              | 829,50           |                  |                   | 4.630,77          |
| Fons de promoció                                       |                  |                  |                   | 3.384,07          |
| Olimpíada  |                  | 12.520,33        |                   | 12.750,02         |
| Cangur 2016  |                  |                  | 71.254,04         | 102.482,20        |
| Cangur 2017  |                  | 5.300,00         | 49.285,00         |                   |
| Estalmat   |                  | 34.631,84        |                   | 31.373,71         |
| 7 de Mates (Cellex)                                    |                  | 1.479,75         |                   | 1.479,75          |
| Bojos per les Matemàtiques<br>(Fundació La Pedrera)    |                  | 8.585,00         |                   | 8.052,00          |
| Formació del curs d'educadors<br>(Fundació La Pedrera) |                  | 1.680,00         |                   | 1.675,03          |
| Museu de les Matemàtiques                              |                  |                  |                   | 1.850,00          |
| Abeam (ajut Cellex)                                    |                  | 2.485,80         |                   | 2.485,00          |
| XII Jornades d'Educació Matemàtica                     |                  |                  |                   | 270,61            |
| Trobada de Societats de Parla Catalana                 |                  |                  |                   | 625,78            |
| CSASC 2016   | 1.500,00         |                  | 12.320,00         | 11.441,45         |
| Lliçó inaugural 2016                                   |                  |                  |                   | 452,62            |
| Premi Evarist Galois                                   |                  |                  |                   | 1.000,00          |
| Premi Emmy Noether                                     |                  |                  |                   | 1.118,08          |
| BDS Prize  |                  |                  |                   | 427,08            |
| Correus  |                  |                  |                   | 2.679,35          |
| Despeses personal                                      |                  |                  |                   | 6.959,99          |
| Ingressos financers                                    |                  |                  | 4,19              |                   |
| Despeses financeres                                    |                  |                  |                   | 459,63            |
| <b>Totals</b>  | <b>18.286,13</b> | <b>66.682,72</b> | <b>159.138,39</b> | <b>214.796,53</b> |

En resum, l'any 2016 hem tingut un total de 244.107,24 euros d'ingressos i un total de 214.796,53 euros de despeses, la qual cosa que fa que hi hagi un romanent de 29.310,71 euros.

Us detallem les activitats que han estat subvencionades amb el fons de promoció d'activitats aquest any 2016. Val a dir que no sempre coincideix l'any del pagament de la subvenció amb l'any de la concessió.

### Fons de promoció d'activitats, 2016

| Activitat  | Import          |
|--|-----------------|
| XVII Encuentro Nacional de Estudiantes ENEM                                  | 340,77          |
| European Study Group with Industry: ESGI 2016                                | 340,77          |
| Congrés Open Problems in Nonsmooth Dynamics                                  | 340,74          |
| Seminari de Teoria de Nombres 2016   | 294,01          |
| 7 de mates   | 293,27          |
| Congrés Foundations of Computational Mathematics 2017 (bestreta)             | 486,82          |
| Congrés Leibniz  | 206,75          |
| Planter de sondeigs i experiments  | 379,90          |
| Jornada d'Investigadors Predoctorals Interdisciplinària 2016 (El futur just) | 194,73          |
| Congrés Discrete Mathematics Days 2016                                       | 165,54          |
| Congrés Barcelona Analysis Conference 2016                                   | 340,77          |
| <b>Total</b>   | <b>3.384,07</b> |

L'import del fons de promoció a l'inici de l'any 2016 era de 9.516,96 euros. Les despeses van ser de 3.384,07 euros i el fons va acabar amb un total de 6.132,89 euros.

Tot seguit us presentem el pressupost per a l'any 2018, després de fer les modificacions suggerides, aprovat a l'Assemblea General del dia 22 de novembre de 2016.

### Pressupost de la SCM per al 2018

| Ingressos 2018         |            | Despeses 2018                    |           |
|------------------------|------------|----------------------------------|-----------|
| Quotes                 | 26.500,00  | Traspàs quotes EMS               | 1.125,00  |
| Vendes                 | 150,00     | Publicacions                     | 15.000,00 |
| Internacionalització   | 1.550,00   | Internacionalització (EMS+CIMPA) | 1.550,00  |
| Inscripcions Cangur    | 115.000,00 | Quota IMU                        | 2.000,00  |
| Cellex (Estalmat)      | 6.000,00   | Premi Évariste Galois            | 1.000,00  |
| Cellex (premi Noether) | 2.000,00   | Premi Noether                    | 2.000,00  |
| Cellex (Olimpíada)     | 4.000,00   | Olimpíada                        | 5.000,00  |

|                                |                   |
|--------------------------------|-------------------|
| IEC (publicacions)             | 5.000,00          |
| Caixa Bank (Estalmat)          | 7.000,00          |
| FECYT (per a Estalmat)         | 11.000,00         |
| IEC (activitats científiques)  | 10.000,00         |
| Fundació La Pedrera<br>(Bojos) | 8.000,00          |
| Ingressos financers            | 50,00             |
| Romanent 2017                  | 11.925,00         |
| <b>Total</b>                   | <b>208.175,00</b> |

|                                 |                   |
|---------------------------------|-------------------|
| Cangur                          | 115.000,00        |
| Estalmat                        | 26.000,00         |
| Bojos per les Matemàtiques      | 8.000,00          |
| Trobada SCM                     | 2.000,00          |
| Suport 3CEM (2020)              | 2.000,00          |
| CSASC 2018                      | 5.000,00          |
| Executive Meeting EMS           | 3.000,00          |
| Jornada d'Ensenyament           | 500,00            |
| MMACA                           | 3.000,00          |
| Fons d'ajuts a activitats       | 6.000,00          |
| Conferències                    | 600,00            |
| Despeses de secretaria/personal | 6.000,00          |
| Despeses financeres             | 350,00            |
| Missatgeria i correus           | 3.000,00          |
| <b>Total</b>                    | <b>208.125,00</b> |

Esperem que sigui possible obtenir tots els ingressos per tirar endavant totes les activitats previstes sense haver de fer ús del romanent. Pel que fa al Fons de Promoció, a l'Assemblea del 2016 es va decidir seguir amb el Fons d'Ajuts a Activitats i fer dues convocatòries de 3.000 euros aproximadament cadascuna l'any 2017 i se seguirà amb el Fons d'Ajuts l'any 2018.

L'Assemblea dona el vistiplau a la Junta Directiva perquè actualitzi les quotes durant el curs que ara comença i que s'han mantingut durant els darrers deu anys.

## Editorial

### Editorial

Albert Avinyó  
Editor de la *SCM/Notícies*

Benvolguts socis i lectors,

La passejada d'aquest matí del diumenge 24 de desembre m'ha portat des d'una de les portes d'accés al parc del Guinardó de Barcelona, tot just a tocar de la casa particular de Jordi Sánchez, empresonat i sense poder gaudir del Nadal amb la seva família, fins a les portes

del Parlament de Catalunya, ara buit i silenciós però ja esperant els soroll, els discursos i les decisions del nous parlamentaris escollits només fa tres dies.

Aquest recorregut d'un xic més de dues hores, de muntanya a mar, per la ciutat de Barcelona m'ha permès viure el contrast entre

el silenci i el repòs d'aquest matí de diumenge assolellat, en què la majoria de la població dorm tot esperant els regals que cagarà el tió aquesta nit, amb la fressa, les corregudes, la incertesa i el desassossec d'aquell altre diumenge u d'octubre, una mica allunyat en el temps però tan present, crec que per molt temps, en les retines, i també en els cors, de la majoria de nosaltres. Passar per davant de llocs com el CAP del Guinardó, l'Escola Industrial o l'Institut Pau Claris, encara avui regira l'estómac i traspals la consciència.

Per a gran part de nosaltres ha estat un trimestre llarg, dur, viscut amb una intensitat de fets i sentiments segurament desconeguda per als més joves. Avui, vigília del dia de Nadal, si torno la mirada enrere, se'm fa gairebé impossible d'entendre que des de la darrera diada de l'Onze de Setembre, també inici simbòlic del curs per a molts de nosaltres, fins a dia d'avui hagin passat només tres mesos i mig. Quina raó tenia Einstein quan afirmava que el temps era relatiu!

Com ens els darrers números de la revista, aquest està dividit, de manera no explícita, en tres parts. En la primera part, des de l'inici amb la Junta informa fins a la secció de Premis, l'objectiu és mostrar i recordar el dia a dia de la comunitat matemàtica catalana i, en particular, les activitats dutes a terme sota el paraigua de la SCM des de l'edició del darrer *Notícies* fins al tancament d'aquest. La segona part, formada per les seccions Contribucions, Con-

verses a dues bandes, la Pregunta del *Notícies* i Matemàtiques i cultura conté les aportacions dels col·laboradors habituals i alguns articles específics relatius a l'activitat matemàtica. En aquest número voldria destacar el tractament que es fa de les dobles titulacions en dues seccions d'aquesta part central i la conversa entre Marta Berini i Lluís Almor, on parlen de manera distesa sobre els orígens del Cangur a Catalunya i les seves experiències a les reunions anuals de l'Associació Kangourou sans Frontières. I sempre finalitzem amb la tercera part que inclou tres seccions clàssiques, però que no poden faltar en una revista de matemàtiques: una extensa secció relacionada amb la vida d'un matemàtic il·lustre, una rigorosa secció de problemes i un *divertimento* matemàtic com són els Matemots.

En la fotografia de la portada podeu veure l'escultura de Salvador Juanpere que porta per títol *135 vectors*. Aquesta obra fou regalada pel Parlament de Catalunya al Parlament d'Escòcia l'any 2004 arran de la inauguració de la seva nova seu dissenyada pel malaurat arquitecte català Enric Miralles. I és la visió d'aquesta escultura que em permet acabar aquest editorial amb el desig més profund i fort que la direcció i el sentit d'aquests *135 vectors*, que representen els 135 parlamentaris catalans escollits aquest passat dijous, siguin les més encertades possibles en aquest nou any que ara tot just comença.

Bon, lliure i feliç 2018!

## Internacional

### La columna de l'EMS

Martí Lahoz

Universitat de Barcelona – Université Paris 7

Membre corresponsal EMS-SCM

En aquesta edició destaquem:

- **Informes**

A principis d'abril va tenir lloc la tradicional reunió dels presidents de les societats membres de l'EMS a Lisboa. Les discussions en aquesta ocasió es van centrar en el lliure accés (*open access*) i en les polítiques

de l'EMS en un món cada vegada més turbulent. Al número 105 de la *Newsletter* de l'EMS es pot trobar l'informe de la reunió: [http://www.ems-ph.org/journals/show\\_pdf.php?issn=1027-488X&vol=9&iss=105&rank=3](http://www.ems-ph.org/journals/show_pdf.php?issn=1027-488X&vol=9&iss=105&rank=3).

D'altra banda, a mitjan març va tenir lloc la primera reunió del nou comitè



executiu de l'EMS. L'informe es pot consultar a l'enllaç següent: [http://www.ems-ph.org/journals/show\\_pdf.php?issn=1027-488X&vol=9&iss=105&rank=2](http://www.ems-ph.org/journals/show_pdf.php?issn=1027-488X&vol=9&iss=105&rank=2)

- **8ECM**

El Vuitè Congrés Europeu de Matemàtiques (8ECM) tindrà lloc a Portoroz, Eslovènia, del 5 a l'11 de juliol de 2020. El comitè executiu recorda a les societats membres de l'EMS que, si encara no ho han fet, poden proposar membres per als comitès de premis i científic del congrés.

- **PACOM 2017**

L'EMS s'esforça per mantenir el contacte amb les societats d'altres continents. Aquesta vegada, la societat va estar representada al Congrés Panafricà de Matemàtiques que va tenir lloc a Rabat, al Marroc, del 3 al 7 de juliol.

- **Pla ERC per al 2018**

L'European Research Council (ERC) va anunciar el passat agost les seves convocatòries per al 2018 amb un pressupost total d'aproximadament 1,86 bilions d'euros, la majoria dedicats als investigadors novells i a la meitat de la carrera. A més a més, l'ERC reintrodueix les Synergy Grants, un esquema de finançament per a grups d'entre dues i quatre persones que ataquin un problema ambiciós. <https://erc.europa.eu/news/nearly-%E2%82%AC2-billion-investment-top-european-researchers-erc-plan-2018>

- **Beques ERC**

**Marcel Guàrdia**, de la Universitat Politècnica de Catalunya, ha estat premiat amb una ERC Starting Grant (de les 406 beques atorgades) amb el projecte «Instabilities and homoclinic phenomena in Hamiltonian systems (HamInstab)».

**Francisco Javier Oliver**, del Centre Internacional de Mètodes Numèrics en Enginyeria (CIMNE), ha estat guardonat amb una Proof of Concept Grant per explorar el potencial comercial o d'innovació de la seva investigació financada per la Unió Europea (de les 51 beques concedides per aquest concepte). El projecte guanyador es titula «Computational

catalog of multiscale materials: a plugin library for industrial finite element codes (CATALOG)».

Aquest any, a les universitats catalanes o espanyoles, no hi ha hagut matemàtics guardonats amb una ERC Consolidator Grant 2017.

- **Convocatòries obertes del programa ERC**

L'European Research Council (ERC) té dues convocatòries obertes: les ERC Consolidator Grant (ERC-2018-COG) (fins al 15 de febrer de 2018) i les ERC Proof of Concept Grant (ERC-2018-PoC) (fins al 16 de gener de 2018).

- **Convocatòries obertes del programa MSCA**

El programa Marie Skłodowska-Curie Actions (MSCA) té tres convocatòries obertes: la MSCA-ITN-2018 (fins al gener del 2018) per les xarxes de recerca innovadores, la European Researchers' Night (fins al febrer del 2018) per estimular l'interès en les carreres investigadores, i l'H2020-MSCA-RISE-2018 (fins al març del 2018) per a l'intercanvi de personal de recerca i innovació. Més informació disponible a: [http://ec.europa.eu/research/mariecurieactions/apply/calls\\_en](http://ec.europa.eu/research/mariecurieactions/apply/calls_en)

- **Xerrades plenàries de l'ICM2018**

El comitè organitzador del Congrés Internacional de Matemàtiques (ICM 2018) ha presentat la llista completa dels oradors i les seccions del congrés de Rio de Janeiro. Es poden consultar a: <http://www.icm2018.org/portal/en/icm-speakers>

- **WM<sup>2</sup>**

La reunió mundial per a les dones en matemàtiques (WM<sup>2</sup>) tindrà lloc el 31 de juliol de 2018 a Rio de Janeiro, just abans de l'ICM2018. Qui desitgi assistir-hi pot informar-se'n al programa Open Arms: <https://www.worldwomeninmaths.org/>

- **15a conferència internacional de «L'educació matemàtica pel projecte futur»**

La quinzena conferència de «The Mathematics Education for the Future Project. Theory and Practice: An Interface or A Great

Divide?» tindrà lloc del 4 al 9 d'agost de 2019 a Kildare, Irlanda.

The Mathematics Education for the Future Project va ser fundada el 1986 per promoure la innovació en l'educació de les matemàtiques, l'estadística, la ciència i la informàtica. Un anunci preliminar complet i la convocatòria per presentar articles està disponible a: <http://directorymathsed.net/public/Ireland/>

- **Premi Steele 2018**

El premi Steele 2018, que premia una contribució a la recerca en matemàtica discreta o lògica, es concedirà a Sergey Fomin i Andrei Zelevinsky (a títol pòstum) pel seu article «Cluster algebras I: Foundations» publicat el 2002 al *Journal of the American Mathematical Society*.

- **Obituaris**

**Maryam Mirzakhani (1977–2017)** Poc després del seu quarantè aniversari, la primera dona premiada amb la medalla Fields va morir de càncer. L'EMS va expressar el condol a la seva família i als seus companys. El número 105 de l'*EMS Newsletter* conté un obituari: [http://www.ems-ph.org/journals/show\\_pdf.php?issn=1027-488X&vol=9&iss=105&rank=9](http://www.ems-ph.org/journals/show_pdf.php?issn=1027-488X&vol=9&iss=105&rank=9)

**Vladimir Voevodsky (1966–2017)**

El matemàtic rus Vladimir Voevodsky, professor a l'Institute for Advanced Study (Princeton) va morir el 30 de setembre de 2017. Voevodsky va rebre la medalla Fields el 2002. <https://www.ias.edu/news/2017/vladimir-voevodsky>

## Noticiari

### Les universitats informen

#### Activitats divulgatives del Departament de Matemàtiques de la UAB

Armengol Gasull

Coordinador de Relacions amb Secundària  
Departament de Matemàtiques de la UAB

Com cada any i en el marc d'activitats del programa Argó, el Departament de Matemàtiques de la UAB acull un grup d'estudiants de batxillerat que han estat prèviament seleccionats per fer una estada en el departament durant tres setmanes. Aquest any el grup ha estat format per onze estudiants de llocs diversos, com Barcelona, Martorell, Esparreguera, Sabadell, Sant Pere de Ribes..., i que han estat treballant diferents temes de matemàtiques de manera lúdica i interactiva del 26 de juny al 12 de juliol de 2017.

L'objectiu és apropar aquestes noies i nois a aspectes de les matemàtiques nous per a ells, fomentar la curiositat, veure diferents tècniques en resolució de problemes i mostrar connexions de les matemàtiques amb problemes de la vida real.

Les sessions han estat les següents:

- «Les matemàtiques de les formes que ens envolten sense regla ni compàs: grafs i connexions en el dia a dia; nusos, cintes i altres objectes matemàtics amb propietats excepcionals». Professora: Natàlia Castellana. Descripció breu: Mitjançant la resolució de problemes, introduïrem els conceptes bàsics de la teoria de grafs i l'estudi de les formes dels objectes més enllà de la geometria.
- «L'avió nassarita i els cubs aleatoris». Professor: Jaume Coll. Descripció breu: Quins mosaics bidimensionals permeten tessellar un cub? Els diferents motius dels mosaics de l'Alhambra de Granada són una font d'inspiració per a la creació matemàtica. En el taller construirem un cub modular amb un d'aquests motius, l'avió nassarita,

formant un mosaic tridimensional. També veurem de quina manera variacions d'aquest motiu poden donar lloc a altres mosaics tridimensionals aparentment força diferents.



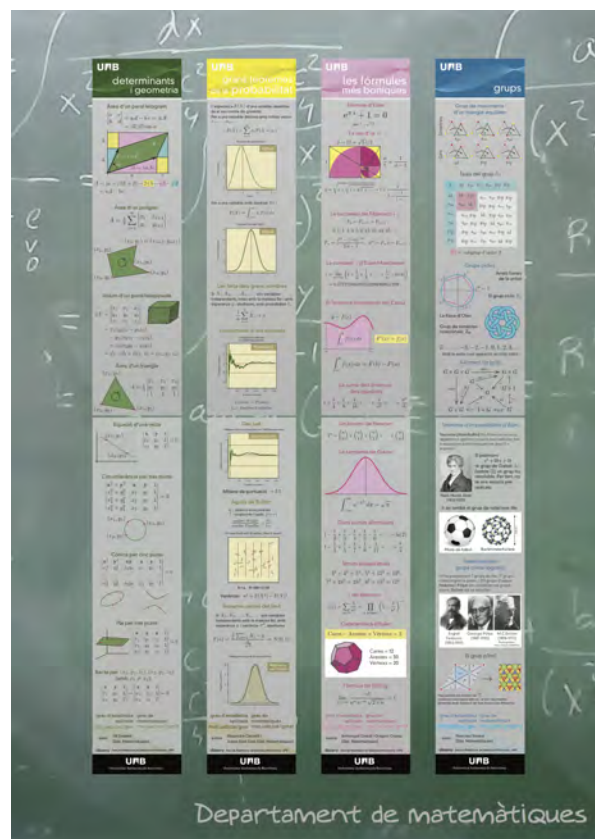
- «Imatges i matemàtiques». Professor: Juan J. Donaire. Descripció breu: Què hi ha darrere d'un arxiu .jpeg?, i d'un .bmp? Per què uns ocupen més que els altres a l'ordinador si la foto és la mateixa?
- «Tres qüestions matemàtiques». Professor: Jaume Llibre. Descripció breu:
  - «La fórmula d'Euler i els cinc poliedres regulars»: Provarem la famosa fórmula d'Euler  $C+V=A+2$  i la utilitzarem per veure que només hi ha cinc poliedres regulars.
  - «El Teorema de Pick»: Veurem com calcular longituds, àrees i volums només comptant punts.
  - «Una breu introducció a l'astronomia»: Estudiarem el moviment de l'esfera celeste, i veurem, entre altres coses, per què els dies a l'equador terrestre tenen sempre 12 hores de llum i 12 de nit, mentre que als pols els dies tenen durant mig any 24 hores de llum i durant l'altre mig any 24 hores de nit.
- «La probabilitat: la matemàtica de la incertesa». Professor: Josep Lluís Solé. Descripció breu: Presentarem algunes situacions d'incertesa per a les quals, gràcies a la teoria de la probabilitat, en podem dir alguna cosa, encara que d'entrada ens semblin conclusions paradoxals.

El balanç d'aquesta activitat és molt positiu tant del professorat que hi participa com dels

estudiants que dediquen tres setmanes al juliol a aprendre matemàtiques i a gaudir-ne.

### Algunes activitats per al curs 2017–18

Com cada curs des del 2003–04, el nostre departament organitzarà els Dissabtes de les Matemàtiques. Esperem, com sempre, la participació de més d'un centenar d'estudiants de batxillerat i d'alguns dels seus professors. El primer dels quatre dissabtes que es pensen organitzar es farà de manera conjunta amb els Dissabtes de la Física i està programat per al dia 3 de març. Els temes encara no s'han definit del tot, però és ben segur que un d'ells es dedicarà a la biologia matemàtica, ja que l'any 2018 s'ha declarat a Europa Any de la Biologia Matemàtica, <http://euro-math-soc.eu/year-mathematical-biology-2018>.



Per al mes d'abril que ve també s'està organitzant, conjuntament amb l'ICE de la nostra universitat, la IX edició de la jornada Les Matemàtiques entre la Secundària i la Universitat, oberta als professors de matemàtiques de tots els nivells d'ensenyament. El tema escollit enguany estarà relacionat amb la història de les matemàtiques.

Durant el curs 2016–17 el nostre departament va decidir preparar uns pòsters inspirats en punts de llibre amb temàtica matemàtica que editem des del curs 2010–2011 <http://www.uab.cat/web/divulgacio/punts-de-llibre-1334819611118.html>. Els pòsters s’han penjat als passadissos del nostre

espai de treball. En podeu veure un a la figura adjunta. El comentari positiu de molts dels visitants del departament ens han animat a començar a preparar un web interactiu en què les persones interessades puguin dissenyar i descarregar-se pòsters similars. Esperem poder-ho anunciar en el proper número del *Notícies*.

## Activitats de la Facultat de Matemàtiques de la UB

Antoni Benseny i Xavier Massaneda  
Coordinadors d’activitats per a secundària  
Facultat de Matemàtiques, UB

La novetat principal de l’inici de curs 2017–2018, el segon en què està en funcionament el nou Departament Matemàtiques i Informàtica, fou el canvi d’equip deganal. El dia 6 d’octubre el Dr. Carles Casacuberta i el seu equip van prendre el relleu de la Dra. Carme Cascante, que ha estat degana de la nostra facultat els darrers vuit anys. En nom de tota la facultat li agraïm, a ella i el seu equip, tota la feina feta.

El dia 5 d’octubre va tenir lloc a Madrid l’acte de lliurament de les medalles de 2017 de la Real Sociedad Matemática Española (RSME), una de les quals va ser atorgada a la Dra. Marta Sanz Solé, catedràtica de Probabilitat i Estadística i professora de la facultat, en reconeixement a la seva trajectòria, a l’impacte de la seva recerca i a les seves especials aportacions a l’anàlisi estocàstica.

Pel que fa al vessant acadèmic, el curs va començar, com és habitual, amb les jornades introductòries per a nous estudiants de grau, que es van fer els dies 7 i 8 de setembre.

L’acte d’obertura del curs acadèmic 2017–2018 es va celebrar el dia 11 d’octubre. El Dr. Joan Carles Naranjo va impartir la lliçó inaugural titulada «Poncelet a la presó de Saratov». Durant el mateix acte es va lliurar el premi August Palanques a Joan Bruguera Micó, l’estudiant amb el millor expedient acadèmic del grau de Matemàtiques del curs 2016–2017.

L’Associació de Hacking Ètic i Seguretat Informàtica, Hacking Lliure, va donar el tret de sortida a aquest curs amb una sessió de Live Hacking que també va servir de trobada informal amb totes les persones interessades a participar o col·laborar

amb l’associació. La sessió va tenir lloc el 10 d’octubre.

Per primera vegada, la Facultat de Física i la Facultat de Matemàtiques i Informàtica de la Universitat de Barcelona, van organitzar un *speed networking* entre alumnes i empreses. La tècnica de l’*speed networking* cada cop s’utilitza més en entorns empresarials, ja que facilita un punt de trobada i coneixement mutu entre empreses i estudiants. La sessió es va fer el dia 18 d’octubre, i per preparar-la el Servei d’Atenció a l’Estudiant de la Universitat de Barcelona va impartir una formació prèvia, en la qual els alumnes van rebre assessorament sobre com participar en aquesta activitat de *networking* professional, aprenent a presentar-se de forma ràpida i atractiva.

Seguint amb les activitats habituals de l’inici de curs, els dies 18 i 19 d’octubre es va celebrar la Install Party 2017. Aquest ja és el vuitè any consecutiu que duem a terme aquesta jornada totalment organitzada per estudiants de tercer i quart, i adreçada als estudiants de primer per introduir-los en el món del programari lliure.

Enguany seguim reforçant el suport acadèmic i econòmic a la presència d’alumnes de la nostra facultat a diverses competicions matemàtiques. El dia 15 de novembre al migdia es va disputar el Torneig de Tardor, destinat a alumnes de primer i segon any, i el novembre també va arrencar el Tauler de Problemes. Per a la primavera hi ha previstes la III Competició Universitària de Matemàtiques Lluís Santaló, la Barcelona Mathematics Competition, la sisena Competència Interuniversitària Matemàtica Argentina i la 25th International Mathematics Competition for University Students.

## Activitats per a estudiants i professors de secundària

La facultat segueix posant especial atenció a diverses activitats de divulgació científica destinades, principalment, a l'alumnat d'ensenyament secundari. Aquestes activitats es complementen amb altres iniciatives d'orientació científica o professional adreçades a l'alumnat de la facultat. Les detallem tot seguit.

- *Xerrades taller.* Els dies 15 i 22 de novembre de 2017 el Dr. Joaquim Ortega Cerdà va presentar la xerrada-taller titulada «Amuntgant pilotes». A la xerrada es va discutir el problema de disposar de boles de forma òptima ocupant el mínim espai possible, una qüestió recurrent que ja es va plantejar Aristòtil, i que tornà a aparèixer amb Newton. La solució definitiva del problema la va donar fa 20 anys Thomas Hales en dimensió 3, i tot just l'any passat de manera ben sorprenent en espais de dimensió 8 i 24, Maryna Viazovska. També vam veure com aquest problema matemàtic té aplicacions, entre d'altres, en les comunicacions per wifi. La segona xerrada-taller del curs present tindrà lloc els dies 17 i 24 de gener, i anirà a càrrec de les doctores Maria Salamó i Inma Rodríguez. La xerrada, es titula «Sistemes de recomanació i la seva integració en interfícies 2D i 3D».
- *Matefest-Infifest.* Aquesta jornada lúdica se celebrarà aquest curs el dia 18 d'abril. Amb aquesta festa organitzada enterament pels estudiants de la facultat pretenem presentar una imatge positiva de les matemàtiques i la informàtica davant la societat. Amb aquesta finalitat volem captar l'atenció i la curiositat no només dels alumnes de secundària, que estan convidats a través dels seus centres educatius, sinó també de qualsevol persona que hi estigui interessada.
- *Activitats optatives del programa CTM.* Dins del marc del programa del Departament d'Ensenyament per a la Formació Científica, Tecnològica i Matemàtica del professorat de secundària oferim dues activitats optatives: una sessió sobre ciència de dades i Big Data, a càrrec del Dr. Lluís Garrido, i una altra a càrrec del Dr. Arturo Vieiro titulada «Viatjant per l'espai».

- *Suport a treballs de recerca en matemàtiques.* L'objectiu d'aquest programa, iniciat fa ja deu anys, és oferir suport des de la facultat tant al professorat tutor interessat a dirigir els treballs com a l'alumnat que els porta a terme.
- *Preparació de l'Olimpíada Matemàtica.* Per vuitè any consecutiu, la Facultat de Matemàtiques de la UB ofereix unes sessions de preparació de resolució de problemes per a les proves de l'Olimpíada Matemàtica. Aquestes sessions, coordinades pel Dr. Jordi Marzo, s'adrecen a tots els estudiants interessats a participar en la fase catalana de l'Olimpíada Matemàtica.
- *Participació al programa Escolab.* Per tercer any consecutiu la nostra facultat ha col·laborat en el programa Escolab, creat per l'Ajuntament de Barcelona i destinat a acostar el món de la recerca als estudiants de secundària. Les activitats de l'Escolab consisteixen en tallers o visites que permeten veure la gran diversitat de laboratoris que existeixen avui i permeten entrar en contacte directe amb els seus equips i les seves línies de recerca. La Dra. Laura Igual va oferir el taller «Com serà la medicina del futur? Anàlisi automàtica d'imatges mèdiques».
- *Participació al programa Bojos per les Matemàtiques.* Dins el marc del programa Bojos per la Ciència creat per la Fundació Catalunya-La Pedrera, la Feemcat i la SCM ha renovat aquesta proposta conjunta iniciada l'any 2015, adreçada als estudiants del primer any de batxillerat de la modalitat de Ciències i Tecnologia. El programa Bojos per les Matemàtiques té per objectiu bàsic fomentar la vocació científica d'aquests joves i, en especial, el seu entusiasme per les matemàtiques. Cinc de les sessions d'aquest programa s'han dut a terme a la UB i, majoritàriament, a càrrec de professorat de la UB.

Trobareu informació sobre totes aquestes activitats, la forma de participar-hi i els terminis per a cadascuna d'elles a la pàgina de la facultat a <http://mat.ub.edu/matapps/activitats/futurs-estudiants/>.

## Activitats de tardor de la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC

Jaume Soler

Vicedegà de Relacions Internacionals i Promoció de l'FME

### Vida acadèmica

Cada any la Facultat de Matemàtiques i Estadística (FME) de la UPC dedica el curs acadèmic a un matemàtic o científic de renom. El curs 2017–18 està dedicat al matemàtic alemany David Hilbert. El 27 de setembre va tenir lloc l'acte d'inici de curs amb la lliçó «Hilbert, un matemàtic para la eternidad», impartida pel professor emèrit de la UPC Miguel Muñoz Lecanda. En la seva exposició, el ponent va presentar detalls de la vida personal i acadèmica de David Hilbert i va comentar el treball de Hilbert en matemàtiques i física i la seva enorme influència posterior. La xerrada del professor Miguel Muñoz es pot veure al canal YouTube de l'FME a <https://www.youtube.com/watch?v=hAdpZaHa8q4>. Al final de l'acte es va fer un reconeixement al professorat i els membres del PAS que s'han jubilat recentment.



Durant el mes de novembre s'han impartit dues conferències a l'FME. La primera és «Matemàtica: la música del entendimiento, Música: la matemàtica de lo sensible», a càrrec del professor Emilio Luis-Puebla, catedràtic de la Universidad Nacional Autónoma de México. Un passeig interessant per àrees ben diverses de les matemàtiques, des de les fronteres de la recerca actual fins a la intersecció amb la música.

L'altra conferència va ser a càrrec de la professora Claire Voisin, titulada «Hyper-Kähler geometry». La professora Voisin ocupa des de l'any 2016 la Càtedra de Geometria Algebraica del Collège de France. La seva àrea de recerca és

la geometria algebraica, especialment la teoria de Hodge. En aquesta àrea ha fet múltiples contribucions, inclosa la refutació de la conjectura de Kodaira sobre deformacions de varietats de Kähler, i la prova que la generalització de la conjectura de Hodge per a varietats de Kähler compactes és falsa. La professora Voisin ha rebut múltiples reconeixements per les seves contribucions a la geometria algebraica. Va ser conferenciant convidada a l'ICM de Zuric l'any 1994 i conferenciant plenària a l'ICM de Hyderabad el 2014. Ha rebut les medalles de bronze, plata i or del CNRS, el premi Heinz Hopf, el premi Clay en recerca matemàtica i el 2017, el premi Shaw, compartit amb el matemàtic János Kollár. Es poden trobar les dues conferències íntegres al canal YouTube de l'FME (<https://youtu.be/mXdQCjBD5iQ>, <https://youtu.be/6OGkWDFWNLm>).

El 20 de desembre va tenir lloc el lliurament de diplomes a tots els estudiants que han acabat els estudis de grau, màster o doctorat a l'FME durant el curs 2016-2017. Aquest acte de reconeixement és un acte festiu per a estudiants que s'acaben de titular, familiars i professors, en el qual es lliura un diploma de l'FME (que no té validesa legal, atès que el títol oficial l'emet el Ministeri). Els padrins de la promoció 2017 van ser, per als estudis de Matemàtiques, la professora Sonia Fernández, directora del MAMME (Master in Applied Mathematics and Mathematical Engineering) i coordinadora del Doctorat en Matemàtica Aplicada, i per als estudis d'Estadística, el professor Ramon Nonell, del Departament d'Estadística i Investigació Operativa de la UPC. En el mateix acte es van lliurar els premis Accenture als millors expedients acadèmics del MESIO UPC-UB (Màster en Estadística i Investigació Operativa), del grau en Estadística UB-UPC i del grau en Matemàtiques, i també el premi Fundació CELLEX al millor expedient del MAMME. L'acte va oferir actuacions de la coral Cor Ol-lari i del grup de teatre FEM teatre FME.

Pel que fa a la gestió acadèmica, cal fer esment de les eleccions per omplir vacants de la Junta de Facultat i la substitució del professor

Pedro Delicado com a vicedegà cap d'estudis del MESIO UPC-UB pel professor Jordi Castro, també del Departament d'Estadística i Investigació Operativa.

### Activitat docent

Enguany l'FME comença un pla pilot de mentories entre iguals: estudiants de cursos superiors fan de mentors a estudiants de primer curs. És un programa paral·lel al de les tutories tradicionals en què els tutors són professors i el cap d'estudis. Es preveu que el programa de mentories abasti tot el primer quadrimestre i, en funció de la valoració que se'n faci, es podria perllongar durant el segon quadrimestre. Aquest programa està adreçat a tots els nous estudiants del grau en Matemàtiques (GM): es recomana a tothom que hi participi i es fa una convocatòria pública per assistir a les sessions col·lectives. Una vegada iniciat i presentat el programa, és opcional si els estudiants volen continuar participant-hi. L'objectiu és acollir els estudiants de nou ingrés per acompanyar-los en la transició batxillerat-universitat i facilitar-ne la ràpida integració en la vida universitària de la facultat, no tan sols des del punt de vista acadèmic i administratiu sinó també pel que fa a activitats participatives o lúdiques. Catorze estudiants de cursos superiors del GM s'han ofert com a mentors per als cinquanta i escaig estudiants de nou ingrés.

### Activitats de la Delegació d'Estudiants

El mes de novembre els estudiants de l'FME van organitzar una sèrie d'accions amb motiu de la celebració de la Setmana contra la Violència de Gènere. En concret, van convidar Mercè Meroño Salvador, representant de la Fundació Àmbit Prevenció (Àmbit dona), amb qui van compartir una xerrada al pati de l'FME i un dinar amb cuscús solidari. La recaptació del dinar anava destinada a un dels programes de l'esmentada organització. Al vestíbul de l'FME es van instal·lar uns plafons amb fotografies del projecte Unbreakable per denunciar l'assetjament sexual, els abusos i la violència domèstica.

El desembre, xocolatada solidària a l'FME. Organitzada per la Delegació d'Estudiants de l'FME, enguany la recaptació va anar destinada a l'associació MUA Solidaris per a la recerca sobre la leucèmia infantil.

Com ja és tradicional en èpoques nadalenques, el Cor Ol·lari de l'FME i el grup de teatre FEM teatre FME, tots dos formats íntegrament per estudiantat i titulats de la facultat, ens van obsequiar el dia 20 de desembre amb una actuació-concert que va ser tot un èxit.



### Activitats relacionades amb secundària

Des del començament del curs actual han estat en marxa les activitats de preparació per a les Olimpíades Matemàtiques i per a la prova Cangur, els tallers per a secundària i batxillerat que ofereix l'FME i les activitats de la qual és seu els dissabtes: Anem x + Matemàtiques i el projecte Estalmat-Catalunya, finançat per l'Obra Social de Caixabank i que compta amb la col·laboració de la FECYT, de la Fundació privada CELLEX, del Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya i de l'empresa Casio.

Atenent a la convocatòria feta per la Societat Catalana de Matemàtiques, els dies 15 i 16 de desembre de 2017 es va celebrar la fase catalana de la 54a Olimpíada Matemàtica, emmarcada en la 59th International Mathematical Olympiad (IMO 2018). Es poden trobar els detalls a <http://www.cangur.org/olimpiades/54oli>.

També destaquem la celebració de la XX Jornada Didàctica ABEAM que tradicionalment té lloc a l'FME el mes de novembre.

### Exposicions i altres activitats

Com cada any, la facultat contribueix a donar difusió al concurs Imatges del Sud, que impulsa el Centre de Cooperació per al Desenvolupament de la UPC. Una selecció de les fotografies presentades a la XIV edició d'aquest concurs

(2016) va estar exposada al vestíbul de la facultat els mesos d'octubre i novembre. L'objectiu del projecte és difondre les diferents realitats dels països del sud i de promoure i donar un reconeixement a la participació activa de la comunitat universitària de la UPC en els àmbits de la solidaritat i la cooperació.

El mes de novembre, a les aules informàtiques de l'FME es va celebrar la Viquimarató Matemàtica Intermedària 2017, continuació de la sessió que va tenir lloc el mes de març organitzada per la Societat Catalana de Matemàtiques. Aquesta activitat té com a objectiu contribuir al manteniment de la qualitat dels continguts matemàtics de les pàgines de Viquipèdia dels nivells intermedis,

## Petites experiències matemàtiques

Pura Fornals Sánchez  
INS Francesc Macià, Cornellà de Llobregat  
Vicepresidenta del MMACA

Des del febrer del 2017, al Palau Mercader de Cornellà de Llobregat, seu de l'exposició permanent del Museu de les Matemàtiques de Catalunya (MMACA), tenim un nou espai: Petites Experiències Matemàtiques. La sala es troba a la planta baixa de l'edifici i porta el nom de Maria Montessori.

El nou espai està pensat per a infants de primer a quart de primària i el material està distribuït en forma de racons de descoberta. El terra emmoquetat amb un laberint de colors al centre i els quadres de les parets amb els dibuixos premiats en el Concurs de Dibuixos Matemàtics de l'associació ABEAM, donen un caire realment acollidor i divertit a la sala.



Poder atendre els primers cursos de primària era una de les demandes que ens feien

que corresponen essencialment a batxillerat i a cursos d'universitat de nivell bàsic.

### L'FME estrena perfil a LinkedIn

La Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC està present de manera activa a les xarxes socials des de fa ja força anys, mantenint perfil a Facebook, a Twitter, i ara també a LinkedIn, amb l'objectiu d'estar en contacte amb els titulats i titulades de l'FME. L'FME fa una crida oberta a tothom que hagi estat vinculat a la nostra facultat (estudiantat, professorat...) per adherir-se a aquest perfil.

També podeu seguir-nos a Facebook <https://www.facebook.com/fme.upc> i Twitter [https://twitter.com/FME\\_UPC](https://twitter.com/FME_UPC)

els mestres que ens visitaven amb alumnes de cycle superior i ara podem dir que estem (i estan) molt contents amb el resultat.

Els mòduls que es presenten han sorgit de diferents investigacions i reunions de treball, alguns són adaptacions d'altres materials que ja teníem per a més grans i altres són creacions de l'equip del MMACA que estan tenint molt d'èxit.

Aquests mòduls ens permeten treballar aspectes tan diferents com l'ordre, la combinatòria, les sèries, la simetria, la distribució en el pla, els cossos geomètrics, les sumes i restes, l'orientació i, fins i tot, les emocions i l'estadística.

Podem acollir fins a un màxim de sis grups cada matí, dos hores, fent la visita a l'exposició amb el lema «Prohibit no tocar» i l'altre fent un taller per descobrir geometria.

A causa del gran nombre de visitants, molts diumenges també hem d'obrir aquesta part de l'exposició permanent per atendre els més petits i les seves famílies. Frases com ara «No vull marxar» i «Ara ja no pots dir que no t'agraden les mates» són habituals quan s'acaba la visita i els preguntem què els ha semblat.

D'altra banda, al juliol oferirem un casal d'estiu i atendrem les visites d'altres



casals, com les nenes de l'ONG Terral, i també farem servir aquestes noves instal·lacions i materials.

El material per als primers cicles de primària és una prioritat per a nosaltres. Poder aprofitar un espai permanent per presentar-lo i que els nens i nenes comencin a estimar el fet d'anar a un museu, el fet d'aprendre coses tot resolent reptes, descobrint-les per un mateix o en petit grup, resulta un estímul molt gratificant, sens dubte, que millora l'autoestima de tots els participants. Procurem no parlar de joc educatiu sinó de repte: els jocs, *per se*, contenen molts aspectes d'aprenentatge significatiu: llegir i entendre unes instruccions, plantejar hipòtesis, fer un procés d'assaig i millora, arribar a trobar una estratègia i, finalment, poder explicar-ho al company o a l'adult acompanyant. Els nostres reptes contenen tots aquests aspectes i d'altres més matemàtics encara.



El grup dels *mmacos gironins*, grup de treball del MMACA a terres gironines, està desenvolupant noves propostes per a primària. La feina que estan duent a terme la van presentar en forma de taller amb materials a les XX Jornades d'ABEAM d'aquest novembre, amb el nom «El MMACA per als petits».



Van presentar les peces de simetries que serveixen per classificar, aparellar, ordenar, comptar..., i que resulten prou fàcils de reproduir, a més de ser molt atractives per a la canalla que ens visita, dissenyades i confeccionades per un dels companys.



També van presentar una proposta de camins fantàstica per a l'aula i la van enllaçar amb els laberints que tenim al MMACA. Inicialment, els dels més petits, els vam fer amb fletxes que marcaven l'orientació dels desplaçaments i números que indicaven la quantitat de passos. Com que no els vam trobar prou atractius els vam canviar per altres on s'indiquen la quantitat de passos (amb números o punts) i la direcció i sentit del desplaçament amb colors diferents. D'aquesta manera es treballen altres aspectes del moviment en el pla i s'afegeix un component encara més divertit.

El fet de poder pintar aquests laberints a terra i poder-s'hi moure per sobre ha fet que més d'un centre els hagi posat als seus patis de forma permanent.

També cal destacar la proposta de deixar rastre del recorregut fet, amb cordes i persones, i veure quan és factible i quan no (possibles bucles). Us animem a intentar-ho la propera vegada que ens visiteu.

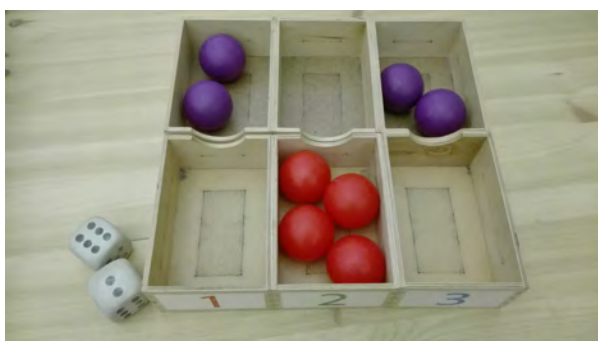
Destaquem també la feina feta a partir del mòdul «Tapem colors» i les possibilitats que ens dona per treballar a l'aula amb els més petits. Tot el procés per anar arribant a dissenyar nous taulers obre moltes possibilitats.

En l'exposició també podem trobar els «Peixets», repte d'ordenació i patrons que es pot adaptar fàcilment als diferents nivells només variant les instruccions en cada cas: que no es toquin dues peces del mateix color, que cada tres peces una sigui groga, que en la línia següent no es toqui cap color igual de

la de sobre, que cada nen posi una pega del seu color intentant fer tres en ratlla, etcètera. Resulta més temptador del que sembla.



D'altra banda, voldríem comentar que un cop es va fer el primer pilotatge del material, ens van demanar que hi afegíssim algun mòdul de càlcul i així ho vam fer, es tracta del «De 4 a 12». Disposem de dos daus que hem de llançar i sumar-ne els resultats, després hem de col·locar les quatre boles dins les tres capses numerades de l'1 al 3 de manera que la suma de valors de les boles sigui la mateixa que la dels daus. Per descomptat que amb quatre boles la suma mínima ha de ser quatre i per això donem aquest nom al repte; quan surten sumes més petites els ho aclarim. És fàcil calcular totes les descomposicions possibles i veure que alguns valors es poden expressar amb diferents sumes, per tant, estem treballant altres propietats afegides de l'operació suma. A més, tenir dos conjunts de capses encarats ens permet als alumnes descobrir i adonar-se d'aquests detalls amb més facilitat; el fet de voler imitar el company indica que has d'invertir l'ordre de la distribució de les boles i no sempre és tan evident per a ells. Els alumnes de primer i segon no ho fan de manera autònoma, cal orientar-los molt més.



En aquests moments estem revisant el material per presentar alguna novetat de cara al proper any i millorar alguns dels mòduls actuals adequant-los, encara més, a cada una de les franges d'edat que ens visiten. Per exemple, s'ampliarà la proposta de reptes dels «Daus de colors», material que s'ha treballat des d'altres aspectes, a partir d'un article a SUMA, fins a obtenir-ne una proposta d'aula ben completa.



També estem adaptant algun dels mòduls amb més bona acollida a l'exposició permanent de la planta superior perquè es puguin treballar des dels primers cursos de primària, i així potenciar el raonament, la visió de l'espai, l'ordenació i la combinatòria, entre altres aspectes, com és el «Gratacels».



Tot i que la sala Montessori no està oberta al públic de manera habitual, si ens visiteu en grup o en família, i ens ho feu saber abans, serà un plaer mostrar-vos-la.

# Relleu al Deganat de la Facultat de Matemàtiques i Informàtica de la UB

Carles Casacuberta

Degà de la Facultat de Matemàtiques i Informàtica de la Universitat de Barcelona

El divendres 6 d'octubre de 2017 vam prendre possessió dels nostres càrrecs el secretari de la Facultat, Jaume Timoneda, el vicedegà acadèmic, Josep Vives, i qui escriu aquestes línies. L'equip es completa amb dos delegats del rector: Antoni Benseny per a estudiants i internacional, i Inmaculada Rodríguez per a recerca, ocupabilitat i relacions amb les empreses.



Tots tenim experiència recent de gestió: la Inmaculada i en Jaume ja formaven part de l'equip anterior del Deganat; en Josep era fins ara cap d'estudis de Matemàtiques i l'Antoni era secretari del Departament. Jo mateix vaig ser director de l'Institut de Matemàtica fins que Joaquim Ortega em va rellevar aquesta tardor.

El nostre primer repte ha estat arrencar sense espatllar res, ni per acció ni per omisió, durant l'inici del curs. L'equip anterior, encapçalat per Carme Cascante, va deixar la facultat ben equipada, ben finançada, amb gairebé el màxim d'alumnat que podem acollir i amb una plantilla de personal administratiu que treballa amb eficàcia. Preservar-ho és el nostre objectiu primordial. I no només això, sinó reforçar encara més els lligams de la facultat amb l'entorn acadèmic, educatiu i empresarial.

Anem a pams. Cadascun d'aquests eixos d'actuació mereix comentaris.

## De cara endins

La facultat ofereix actualment el grau de Matemàtiques, el grau d'Enginyeria Informàtica, el màster de Matemàtica Avançada i el màster de Fonaments de la Ciència de Dades. A més, participa en els màsters interuniversitaris d'Intel·ligència Artificial i de Lògica Pura i Aplicada, tots dos conjuntament amb la UPC, i ofereix cursos de postgrau d'Introducció a la Ciència de Dades i de Didàctica de la Matemàtica. L'alumnat dels graus pot cursar dobles titulacions de Matemàtiques i Informàtica, Matemàtiques i Física, i Matemàtiques i Administració i Direcció d'Empreses.

Enguany han accedit 103 nous alumnes al grau de Matemàtiques, 84 al grau d'Enginyeria Informàtica i 71 alumnes addicionals en els graus dobles. El total d'alumnat matriculat en algun curs dels graus ha estat de 1.020 persones. El màster de Matemàtica Avançada ha rebut 23 alumnes i el màster de Fonaments de la Ciència de Dades n'ha tingut 29. En el programa de doctorat hi ha actualment 41 estudiants i l'any 2017 s'han llegit tres tesis doctorals.

La tasca de la facultat és conjunta en molts aspectes amb la del Departament de Matemàtiques i Informàtica i amb la de l'IMUB, que actualment consta de 89 membres i 13 grups de recerca.

## De cara enfora

Sí: nosaltres també pensem que la BGSMath ha estat una de les millors experiències que han passat en el nostre petit món i que la distinció María de Maeztu l'any 2015 ha estat clau per al reconeixement del que ja és molt més que un projecte. Ara falta consolidar-lo. Sempre havíem dit que ens calien més beques; ara en tenim i hem de demostrar que, tal com esperàvem, aquestes beques faran créixer no només els nostres equips de recerca sinó també el nostre nivell científic col·lectiu i això ens obrirà camins cap a noves oportunitats.

Ahora, volem fer-nos visibles i atractius per a les empreses amb iniciatives com la

Hackathon de robòtica o la Fira d'Empreses de la UB, i també per a l'alumnat dels centres d'ensenyament secundari i de batxillerat. Les activitats del grup Cúbic, les xerrades taller, les jornades de portes obertes i la Matefest/Infofest són oportunitats que tenim de fer venir alumnat jove i el seu professorat a l'Edifici Històric. La facultat també ofereix sessions de preparació per a l'Olimpiada, que després tenen continuïtat amb el Torneig de Tardor i amb altres competicions de resolució de problemes durant l'any.

## Pinzellades de futur

Cap on anem? Volem, sobretot, que els estudiants que acaben les nostres titulacions ho facin no només ben preparats sinó, a més, satisfets, i també desitgem que mantinguin

l'ligams amb la facultat durant tant de temps com sigui possible. Alhora, obrirem nous camins d'internacionalització i esperem disposar de més recursos per atraure investigadors joves que necessitin un lloc fèrtil on treballar, tant si és per a un temps curt com per arrelar-s'hi.

Volem optimitzar els nostres espais i la feina del nostre personal fins que el futur ens ofereixi maneres de créixer més, si és que ens les acaba oferint.

I també volem seguir mantenint una relació de col·laboració fluida amb el nostre entorn: amb la biblioteca, amb l'IMUB, amb el departament i amb les altres facultats i departaments tant de la UB com de les altres universitats, així com amb la Societat Catalana de Matemàtiques, el CRM i els altres centres i entitats d'arreu amb les quals compartim objectius.

## «Els números canten. Cançons i cantarelles de nombres» de Maria Bras-Amorós i Toni Giménez

Claudi Alsina

Aquest llibre és fruit d'una singular col·laboració entre Maria Bras-Amorós i Toni Giménez i Fajardo, i ofereix una eina didàctica molt vàlida per a l'educació dels més petits: posar les cançons tradicionals i cantarelles del nostre país al servei de l'aprenentatge dels nombres. Cal remarcar que l'editorial de música Boileau de Barcelona es la que ha editat aquesta obra en paper amb àudios en línia. El tema de les cançons amb nombres a infantil i primària ha rebut especial atenció en els darrers anys. L'obra facilitarà la difusió a casa nostra.

La Maria és doctora en Matemàtiques, amb estudis graduats de música i avui professora de didàctica de les matemàtiques a la Universitat Rovira i Virgili. En Toni és doctor en Pedagogia i cantant per a públic infantil i familiar, i de folk, amb una llarga trajectòria professional des del 1977.

De reculls de cançons n'hi ha una bona pila però sovint les cançons que contenen nombres o les seves seqüències, operacions elementals, etcètera, queden desdibuixades en un marc massa ampli. Com veurem, aquesta obra va més enllà de la simple recopilació.



El llibre, molt ben treballat, té un gruix central amb 65 cançons, en què trobem les

lletres i partitures i que ofereix la possibilitat d'escoltar els enregistraments d'àudios digitals o els enregistraments de cançons, populars o pròpies, fetes pel coautor Toni Giménez (l'obra indica els llocs web on connectar-se).

Però el més destacable de la proposta és que va precedida d'un marc teòric ben estructurat en què s'explica de forma ben entenedora els diferents «significats» que poden aportar les cançons als infants (seqüencial, de comptatge, cardinal, ordinal, de mesura, operacional i no numèric...) i les «diferents etapes» consecutives de l'aprenentatge numèric (etapa de la corda, de la cadena irrompible, de la cadena rompible, de la cadena enumerable i de la cadena bidireccional).

Aquests significats són el pal de paller entorn del qual es desenvolupa la col·lecció de cançons. D'acord amb el seu interès formatiu en cada etapa, es faciliten quins són els recursos musicals adequats.

Unint matemàtiques, música i llengua catalana, tenim una interessant línia d'actuació interdisciplinària a classe. Si encara hi afegim ball i l'ús de material manipulable, aleshores la feina serà ben aprofitada. El valor del llibre és que facilita aquesta activitat a classe i a casa (!).

L'ensenyament de les matemàtiques mereix que posem a l'abast tots els millors recursos per aprendre'n. Cantar amb els infants n'és un.

## Activitats

### EMS-SCM Joint Meeting

Eulàlia Nualart  
Universitat Pompeu Fabra

Del 27 al 29 de setembre passat va tenir lloc a Edimburg la segona trobada de la Societat Matemàtica d'Edimburg (EMS) i la Societat Catalana de Matemàtiques (SCM). La primera s'havia fet a l'Institut d'Estudis Catalans de Barcelona el maig del 2015, i tothom en va sortir tan satisfet que es va decidir de repetir però aquesta vegada en territori escocès.

Els organitzadors d'aquesta segona trobada van ser Gabriel Barrenechea (Universitat de Strathclyde), Jozsef Farkas (Universitat de Stirling), Heiko Gimperlein (Universitat de Heriot-Watt), Xavier Jarque (Universitat de Barcelona) i Stuart White (Universitat de Glasgow).

Les conferències van tenir lloc al Centre Internacional per a les Ciències Matemàtiques d'Edimburg (ICMS). L'ICMS és un centre de recerca matemàtica creat el 1990 que pertany a la Universitat d'Edimburg i a la Universitat de Heriot-Watt. El centre es troba en un edifici històric de la part antiga de la ciutat, molt a prop de la Universitat d'Edimburg. La fotografia de grup es va fer davant la porta principal de l'ICMS.



A l'esdeveniment hi van participar cent sis membres de les dues societats, es van organitzar sis conferències plenàries i vuit sessions temàtiques distribuïdes en grups de dues i tres sessions paral·leles. Els temes de les sessions temàtiques van ser els següents: àlgebra i aplicacions, equacions diferencials i aplicacions, teoria geomètrica de grups, geometria i física, matemàtiques industrials, àlgebra d'operadors, processos estocàstics, i, finalment, topologia. Cada sessió temàtica va ser coordinada per un membre de cada societat. Com a novetat

respecte de la primera trobada, i substituint la sessió de pòsters, hi va haver una sessió de xerrades d'estudiants de doctorat.

El sopar del Congrés va tenir lloc al St. Leonard's Hall, edifici d'estil baronial de mitja segle XIX que actualment és la seu de les oficines administratives dels Serveis d'Allotjament de la Universitat d'Edimburg. L'edifici disposa de diverses sales per fer-hi conferències i altres reunions. Durant el sopar, el president de la SCM, Xavier Jarque, va fer un breu discurs en què, entre altres paraules, va agrair l'acollida rebuda per l'EMS. En acabar, tots dos presidents (Xavier Jarque i Ian Strachan, de l'EMS) van intercanviar regals de les cultures catalana i escocesa com a símbol d'amistat i bona relació entre les dues societats.



Les conferències plenàries van tractar els temes següents. Pere Ara, de la Universitat Autònoma de Barcelona, va parlar sobre

descomposicions paradoxals topològiques i la teoria de les accions parcials. Marta Casanelles, de la Universitat Politècnica de Catalunya, va explicar com, interpretant els models d'evolució estadístics com a varietats algebraiques, l'àlgebra lineal i commutativa i la geometria algebraica esdevenen peces clau en la resolució de problemes oberts en filogenètica.

La conferència de Natàlia Castellana, de la Universitat Autònoma de Barcelona, va versar sobre com l'estudi de l'espai classificador d'un grup topològic permet l'anàlisi tant homotòpica com algebraica del grup des d'un punt de vista local. Des Higham, de la Universitat de Strathclyde va parlar de l'estudi combinatòric de les passejades aleatòries sense retrocés en un graf i la seva aplicació a la teoria de xarxes. La conferència de Xiaoyu Luo, de la Universitat de Glasgow, va tractar sobre la mecànica dels teixits tous i la seva aplicació a la modelització d'imatges reals de ressonància magnètica de pacients amb malalties cardíaques i càncer. Finalment, el tema de la conferència de Stefaan Vaes, de la Universitat Catòlica de Lovaina, va ser la dicotomia entre amenabilitat i no-amenabilitat en la teoria d'àlgebres. En particular, va il·lustrar el cas de les àlgebres Von Neumann associades a grups comptables, a grups localment compactes i a accions grupals en espais de probabilitat.

Podeu trobar més informació a la pàgina web del congrés <http://icms.org.uk/workshops/EMSSCM#arrangements>.

## **XIV Jornada d'Ensenyament de les Matemàtiques. «Xarxes per comunicar, compartir i cooperar en l'educació matemàtica»**

Pep Bujosa i Iolanda Guevara  
ACG i SCM

El 30 de setembre de 2017 es va celebrar a l'edifici de l'Institut d'Estudis Catalans de Barcelona la XIV Jornada d'Ensenyament de les Matemàtiques, organitzada per la SCM, la Feemcat, la SBM-XEIX i la SEMCV-Al-Khwarizmi i que va tenir la col·laboració del CESIRE-CREAMAT. Des de l'any passat, que es va fer a València, aquesta jornada anual se celebra, de manera alternativa, en els tres territoris de les entitats que l'organitzen. En cada edició, es vol reflexionar sobre l'ensenyament de

les matemàtiques i es presenten experiències i activitats del professorat de matemàtiques dels Països Catalans.

El tema d'aquesta edició, en què van assistir 114 persones, va ser «Xarxes per comunicar, compartir i cooperar en l'educació matemàtica», títol extret de la conclusió 12 del Congrés Català d'Educació Matemàtica (C<sup>2</sup>EM) que es va celebrar a Barcelona el juliol del 2016.

## Conferència de Ferran Ruiz

Després de l'obertura de la jornada a càrrec de Manel Sol (Feemcat), Pep Lluís Pol (SBM-XEIX), Tomás Queralt (SEMCV-Al-Khwarizmi) i Xavier Jarque (SCM), Iolanda Guevara va fer la presentació del ponent Ferran Ruiz, expresident del Consell Escolar de Catalunya (2011–2016) i autor de diverses publicacions i conferències sobre tecnologia i educació matemàtica.



En la seva conferència, «Canvi, professió i coneixement: les xarxes i l'educació matemàtica» va començar afirmant que el sistema educatiu és una xarxa de relacions entre persones, que encara està basada en la uniformitat i amb un excés de normatives. Tot seguit va passar a comentar les conclusions del C<sup>2</sup>EM. Va dir que compartia el sentit general d'aquestes conclusions, encara que hi havia una sèrie de detalls que volia comentar:

- A banda de la referència a les xarxes, les conclusions semblen atemporals. Es podien haver escrit anys enrere.
- No posen en qüestió els actuals objectius l'educació matemàtica, ni els continguts ni les estructures sota les quals es desenvolupen.
- Parlen poc de l'alumnat, aquest nou alumnat que està en contacte amb les tecnologies de comunicació des de molt aviat.
- No es troben paraules com *recerca*, *digital*, *proves externes* amb el seu gran condicionament per a la feina dels ensenyants.
- No es discuteix la política educativa.
- No s'entra en la personalització de l'aprenentatge. El ponent es pregunta, per exemple:

per què el Bojos per les Matemàtiques s'han de fer fora i no dins del currículum?

- La paraula *aprenentatge* només apareix un cop i vinculada a l'avaluació.
- El paper de les xarxes es valora amb una visió massa innocent, com si la bondat de les xarxes fos una cosa garantida.

A continuació, va citar la publicació del 2013 del CEC sobre l'impacte sistèmic de la tecnologia en què s'afirmava que la tecnologia comporta la reconstrucció de les regles socials, de les institucions, de l'entorn i de les mateixes persones. Això vol dir que les tecnologies actuals obliguen a reconstruir l'educació escolar. Aquesta reconstrucció hauria d'entrar en el debat de l'educació matemàtica que volem.

Tot seguit, va comentar detalls molt interessants sobre les empreses que controlen el món de les xarxes: Google, Apple, Facebook (amb WhatsApp), Amazon i Microsoft. Grans empreses amb grans beneficis econòmics, que poden obtenir molta informació dels usuaris i que provoquen en els joves una dependència molt significativa.

Pel que fa al tema de xarxes i el canvi, va dir que encara no sabem quin canvi volem. Per il·lustrar el poder actual de les xarxes, va posar l'exemple de les grans concentracions de reivindicacions polítiques i socials que s'han portat a terme en aquests anys, on les persones s'han convocat mútuament fent servir les xarxes socials de comunicació. En aquestes concentracions s'han aplegat multituds que compartien els mateixos objectius de canvi social. Però si tanta gent té ganes de coincidir en un objectiu de canvi, com és que tenen tan poc èxit a aconseguir-ho? Segons Zeynep Tufekci, sociòloga especialista en l'estudi de les influències de les xarxes en la política i la societat, «en la manera que la tecnologia apodera els moviments socials paradoxalment el que fa és debilitar-los». Aquesta idea és corroborada pel sociòleg César Rendueles. Els grans moviments populars que s'han portat a terme amb l'ajuda de les xarxes i que semblen que tenen tant d'èxit perden de vista la força enorme de l'estructura del poder que tenen al davant: les institucions. Aquestes es poden canviar més fàcilment amb organitzacions més tradicionals.

Si això ho apliquem a l'ensenyament, comprovarem que l'administració educativa i els mateixos centres d'ensenyament condicionen totalment la manera de treballar dels ensenyants. Per tant, per molt ben organitzats en xarxa que estiguem si no canviem les institucions no aconseguirem els objectius. Dins dels objectius mateixos hi ha d'haver el canvi institucional i no ens podem contentar amb canvis més lleus, com el curricular. En resum, el canvi ha de tenir en compte que:

- L'essència no és el mitjà (la xarxa) sinó la capacitat de pensar i treballar conjuntament. Les organitzacions més clàssiques ja ho fan.
- Els objectius han d'incloure la modificació de les institucions.
- Els col·lectius han de voler influir en àmbits de decisió més amplis que en el seu propi.

Així doncs, les xarxes han de servir per aconseguir canvis en les institucions i no només per millorar la nostra feina i formació.



A continuació es va passar a l'apartat de xarxes i professió. Sembla que la nostra professió està encara protegida de la intromisió de les xarxes, però als Estats Units ja hi ha correctors d'exàmens que reben per xarxa els exàmens que han de corregir i en els quals els criteris de correcció són totalment arbitraris, dependent dels resultats globals que es vulguin obtenir. Qui diu que això aviat no arribarà aquí? A la LOMCE ja es comença a insinuar.

Allà també ja hi ha agències que corregeixen els exàmens que té per corregir qualsevol ensenyant. Fins i tot hi ha centres educatius que ja els contracten de manera general. Amb les despeses de funcionament paguen aquests serveis per xarxa perquè el professorat no hagi de corregir exàmens.

A la xarxa també es poden trobar empreses que fan classes particulars de qualsevol matèria, i webs que s'ofereixen per fer treballs a l'alumnat que ho vulgui, amb garanties que no hi ha hagut plagi. També hi ha webs que venen materials a professors fets per altres professors. Amazon té una companyia, Tenmark, d'ensenyament de matemàtiques. Aquesta empresa viu de les deficiències del model tradicional de l'ensenyament de les matemàtiques.

En definitiva, les xarxes canvien contextos i professions.

A continuació, es va passar a la tercera part: xarxes i coneixement. Va començar preguntant-se si la recerca actual serveix de res.

Va afirmar que en la majoria de recerques es parla de resultats i recursos i de les seves relacions. En canvi, segons la seva opinió, el més important és el professorat i l'alumnat. La feina i l'organització és el fonamental. Va posar com a exemple de recerca ben feta la de l'equip de Robin Alexander sobre l'ensenyament de primària a la Gran Bretanya. En aquest treball també s'afirma que des del poder es dirigeix massa els ensenyants, sobre la manera com han d'ensenyar. Al final l'ensenyant es converteix en una persona que només ha d'obeir les ordres que li van arribant en els múltiples documents que les autoritats publiquen. El ponent considera molt negatiu l'excés de normativa i conclou que les xarxes també han de servir per denunciar l'excessiu nivell d'intervencionisme de les institucions. Les proves externes es converteixen en un condicionant massa gran per a la feina dels ensenyants. Les tres cultures del món educatiu són l'empírica (ensenyants) l'acadèmica i l'administrativa. Aquestes dues últimes tendeixen a controlar la primera. Hi hauria d'haver una relació més d'igual a igual.

Tot seguit, va exposar uns estudis sobre els coneixement matemàtics de l'alumnat a escala internacional que revelen que l'educació matemàtica no va gaire bé. No deu ser, es pregunta, que tenim els objectius malament? No deu ser que tenim *un cafè per a tots* i



això s'hauria d'acabar d'una vegada? Caldria diversificar molt més el currículum per tal que tothom gaudeixi de les matemàtiques que necessita. Va fer notar que en el sistema educatiu actual a l'alumnat que no li va bé el sistema no se'n pot sortir fins a una certa edat. Si volem mantenir aquesta exigència social cal canviar els objectius, sobretot ara que l'escola ja no té l'exclusivitat de la informació.

Va concloure la intervenció afirmant que l'essencial de l'escolarització és la relació interpersonal entre persones, tenint present que un canvi en l'educació matemàtica ha de servir per tenir una millor vida per a tothom plantejada, sobretot, com un benefici per a l'alumnat. <https://youtu.be/ZQ5BPI09GyI>



### Taules sobre experiències d'aula

A continuació, vam sortir al pati per voltar per les taules on es presentaven diferents experiències d'aula. En total n'hi havia dotze, amb experiències ben diverses de primària i secundària:

- «Càlcul llampec» (Ramon Martí). Són targetes autocorregibles de sumes, restes, multiplicacions i divisions, pensades per practicar i consolidar el càlcul mental, basat en la descomposició numèrica.
- «Al-Game» (Mikel Martín, Fede Martín). Es presenta una proposta de joc algebraic posada en pràctica amb alumnat de 1r i 2n d'ESO de la Fundació Llor i com a introducció al llenguatge algebraic a través de la gamificació.
- «Experiències de geometria» (Joan Folguera Farré). Aprenem jugant amb la geometria, càlcul de volum de les piràmides, tetraedre regular, octaedre, dodecaedre.
- «Problemàtiques» (Cecília Calvo Pesce). El projecte «Problemàtiques» a través del qual els alumnes de cicle superior d'una dotzena d'escoles de Catalunya resolen les mateixes quatre activitats del tipus *rich tasks*, i permet als seus mestres reflexionar conjuntament.
- «Maleta didàctica del MMACA». Hem fet una selecció de 40 mòduls que, en format DI-NA3 i DI-NA4, poden servir per muntar una exposició, per a l'alumnat tant de primària com de secundària.
- «Superfícies seleccionades» (Maria Garcia Monera). En aquesta taula veurem com, gràcies a unes seccions especials produïdes per la intersecció d'una superfície amb una família de plans, és possible reproduir un model real de la superfície.
- «La calculadora científica a l'aula» (M. Teresa Navarro, Lluís Bonet). Presentarem una selecció d'activitats que poden servir per a l'alumnat de secundària des de primer fins a quart.
- «Simulacions d'aula» (Roger Grau, Anna Garravé). El cicle vital d'una bona activitat (experimentació, descoberta i conceptualització) pren encara més sentit si parlem d'activitats de caràcter probabilístic.
- «Matemàtiques i impressió 3D» (Sergi Múria, Joan Jareño, Lluís Mora). És una petita exposició de materials elaborats amb impressora 3D i que poden servir d'exemple del que es pot dissenyar a les aules.
- «Retallant el quadrat» (Guillem Bonet, Sílvia Margelí, Raül Fernández, Victòria Oliu, Francesc Massich). Dividir, tallar, partir un quadrat (o qualsevol altra figura) no representa cap problema per als alumnes. Doncs bé, ens hem proposat que precisament això tan senzill sigui la base per a uns quants problemes matemàtics que us proposarem.
- «Calendari SEMCV» (Rafa Martínez). Presentació del calendari matemàtic que anualment publica la SEMCV.
- «To» (Marisa Monsergas, Ivon Cárdenas, Sílvia Zurita, Dani Ribó). Activitats diverses sobre equacions, mesura del diàmetre de la terra i treball matemàtic amb Lego.

## Taula rodona

En tornar a la sala, va començar la taula rodona, moderada per Cecília Calvo Pesce, sobre el tema de la jornada. Hi van participar Lluís Bonet Juan, Carles Giménez Esteban, Joan Gómez Urgellés i Sara Sánchez Camins.



Cadascú va parlar de les seves experiències personals sobre el tema de les xarxes, posant èmfasi, sobretot, en les xarxes de professors i en les xarxes com a eines d'aula.

## Comissió per a l'Impuls de les Conclusions del C<sup>2</sup>EM

Després, Antoni Vila i Raül Fernández van presentar les tasques fetes per la Comissió per a l'Impuls de les Conclusions de C<sup>2</sup>EM (CIC). L'Antoni, un dels coordinadors de la CIC va agrair a Ferran Ruiz els comentaris que havia fet sobre les conclusions i va assegurar que en prenia bona nota. Tot seguit, va explicar com estava estructurada la CIC i quines tasques s'havien fet fins aleshores. Aquesta feina serà molt útil per a l'organització del proper congrés.

A continuació, Raül Fernández va presentar (<http://c2em.feemcat.org/>) el nou web que recull tota la informació relativa al congrés i també els treballs de la CIC.

## Premi Maria Antònia Canals

Tot seguit, Manel Sol va comunicar les noves bases que tindrà, a partir d'aquest any, el premi Maria Antònia Canals. El premi que convoca Feemcat, SBM-XEIX, SEMCV-Al-Khwarizmi i, en les properes edicions, la

SCM, ara s'atorgarà anualment però només es premiaran dos dels quatre nivells educatius als quals va adreçat.

Es premia una experiència d'aula innovadora realitzada a qualsevol dels diferents nivells educatius (infantil, primària, secundària i universitat). Es reconeix, també, una trajectòria en una metodologia innovadora implementada a les aules.

## Sessions paral·leles de la tarda

Després del dinar, la jornada va continuar amb les sessions de tarda, en que es van tractar els temes següents:

### – Primera sessió

- «Teixint nous espais d'aprenentatge» (Manel Martínez i Carles Giménez). En aquesta sessió presentem una experiència d'aula consistent en l'ús d'un espai virtual d'aprenentatge proporcionat per l'entorn del GeoGebra que ens permet treballar en xarxa entre docents i alumnes de batxillerat de dos centres.
- «La Xarxa, un espai col·laboratiu per al desenvolupament de l'aprenentatge» (Juanjo Cárdenas i Ximo Altur). Presentem allò que fem a l'aula i compartim la nostra experiència en el desenvolupament d'un treball en xarxa, en què els alumnes investiguen i s'apoderen amb el seu aprenentatge.

### – Segona sessió

- «De la formiga matemàtica a les Webquest» (Sebastià Capellà). La formiga matemàtica, un primer pas de «Xarxes per comunicar, compartir i cooperar en l'educació matemàtica».
- «De la formiga matemàtica a les Webquest» (Enric Brasó). Presentarem el projecte «Viquimarató matemàtica» iniciat el curs passat per la SCM.

Cada assistent a la jornada va poder triar una de les comunicacions de cada sessió.

Així va acabar aquesta profitosa jornada dedicada a les xarxes en l'ensenyament de les matemàtiques.

## Campus Cangur 2017

Ricard Balagué  
eXplorium

Com cada any, les millors puntuacions de les proves Cangur són recompensades amb obsequis. En la XXII edició de les proves, la Societat Catalana de Matemàtiques (SCM) va apostar per un premi menys material que en altres edicions: un campus de dues nits amb la resta de guanyadors. Durant el campus, els premiats van gaudir de tot tipus d'activitats relacionades amb les matemàtiques. Es van organitzar tres torns: el primer, amb els alumnes de 5è i 6è de primària; el segon torn, amb els de 4t d'ESO i 1r i 2n de batxillerat, i per acabar, els de 1r a 3r d'ESO juntament amb els guanyadors de la Copa Cangur.



### Primer dia

El campus va començar a Barcelona, on els premiats es reuniren amb l'equip de monitors. Abans de començar, primer havien de fer un trajecte amb tren seguit d'una petita excursió fins a arribar a la casa de colònies Castell Vell de Llinars. Durant l'anada, nois i noies ja van començar a relacionar-se i a compartir diferents experiències relacionades amb la temàtica de l'estada.



Tot i tenir el calendari de les activitats, no s'haurien imaginat mai que, tot just començar, crearien un fractal de dimensions enormes! Van aprendre el concepte de fractal i van poder construir el seu propi amb tisores i paper i també van organitzar un concurs! Va ser una tarda molt interessant.



Després de descansar i sopar, era el moment adient per començar la nit de misteris matemàtics. Aquest taller va consistir a fer una gimcana d'enigmes de criptografia en què van aprendre diferents tècniques per resoldre i descriptar diferents missatges que els van portar a un premi final. Una gran experiència per treballar en equip i aprendre conjuntament.



## Segon dia

L'endemà va començar amb una activitat per despertar-se: es van haver de rentar la cara i les dents els uns als altres. Així es comença amb energia!



A més, el dia prometia ja que l'activitat del matí era l'estrella: la gincama matemàtico-física. A partir de problemes extrets d'altres edicions de la Copa Cangur i altres concursos de resolució de problemes matemàtics, els nostres participants van haver de superar reptes físics i mentals per poder resoldre els problemes proposats. Hi va haver molta competitivitat i molta diversió. Tot i acabar bruts i emmerdats, va ser un matí per recordar.



Després de tota la competició tocava descansar. Hi va haver estones de piscina, futbol, o cartes, per així poder recuperar les forces gastades durant el matí. Tot i així, vèiem molta motivació per seguir amb les activitats.

La tarda del segon dia va començar amb el taller de corbes i superfícies reglades. A partir de fil de cosir, cordes, paper i retoladors, vam poder generar infinitat de corbes fent servir únicament línies rectes. Va ser una activitat molt interessant ja que els i les joves van aprendre a identificar patrons de corbes a partir de diferents criteris; com ara el de ser un múltiple d'un nombre, o ser un nombre primer. El taller va acabar amb la construcció de superfícies reglades com l'hiperboloides. Quin gran record que es van emportar!

Al vespre, tocava el sopar boig matemàtic. Cadenes d'accions entre tots els assistents du-

rant tot el sopar: exercicis d'aeròbic, operacions combinades, i floretes dels monitors, no va faltar res de res.

Si encara no hi havia prou disbauxa amb el sopar, la nit arribava amb el taller d'anticasino. Els monitors es van vestir per a l'ocasió i es van convertir en els crupiers dels diferents jocs. Molts problemes de probabilitat van quedar resolts, i fins que no van desbancar la banca, les ganes de seguir apostant persistien. S'ha de dir que va ser un dels tallers preferits pels nostres alumnes.



### Tercer dia

El tercer dia començava amb un ball matemàtic. Vam tenir l'oportunitat de moure els

malucs al ritme de les funcions. Paràboles, funcions trigonomètriques, translacions de funcions eren alguns dels passos bàsics. Millor impossible!

L'última activitat de les colònies va consistir a treballar la història de les matemàtiques. Els participants havien de col·locar en ordre cronològic diferents esdeveniments singulars i destacables. Per fer-ho, podien aconseguir pistes, però havien de resoldre reptes que se'ls proposaven a partir de diversos jocs de taula. Raonament, lògica i deducció eren els ingredients necessaris per tal que aquesta activitat acabés amb èxit, i així va ser. Tots els torns van col·locar tots els esdeveniments segons l'ordre cronològic a la primera! No esperàvem menys d'ells.

Ja a l'hora de dinar, les motxilles per tornar cap a casa estaven fetes. Després de passar dues nits farcides de tallers de matemàtiques, només quedava acomiadar-se del magnífic campus que havien viscut. Un gran hora dels adeus i un bon comiat per als monitors per tot l'esforç fet al llarg dels dies. Des d'eXplorium, ens queda el record d'uns dies en què vam aprendre molt dels alumnes. Per sort, esperem seguir aprenent el curs que ve amb el segon Campus Cangur, amb més tallers diferents i més diversió. Ens tornarem a veure?

## Segona Jornada de Sistemes Dinàmics a Catalunya

Juan R. Pacha

Universitat Politècnica de Catalunya

El dimecres 4 d'octubre es va celebrar, a la seu de l'Institut d'Estudis Catalans, la Segona Jornada de Sistemes Dinàmics a Catalunya, [2JSDC]. Les Jornades de Sistemes Dinàmics a Catalunya van ser concebudes com a punt de trobada per impulsar la col·laboració entre els diversos grups de recerca a Catalunya en l'àmbit dels sistemes dinàmics. Aquesta 2JSDC va aplegar més de quaranta investigadors procedents de les diferents universitats d'arreu del territori.

La part formal de la jornada va constar de dues ponències a la sessió del matí; a càrrec d'Amadeu Delshams (Universitat Politècnica de Catalunya) i de Jaume Llibre (Universitat Autònoma de Barcelona), mentre que a la sessió de la tarda es va procedir a l'entrega del

Barcelona Dynamical System Prize, [BDSP], i a la presentació del treball guanyador a càrrec d'Àlex Haro, un dels seus coautors.



2JSDC: foto de grup

## Sessió del matí: difusió d'Arnold i configuracions centrals

La primera de les ponències de la sessió del matí es titulava «Arnold diffusion for dummies»... Tot començà el 1964 quan, en un article de quatre pàgines, V.I. Arnold va donar un exemple de hamiltonià proper a integrable amb trajectòries de difusió en les variables d'acció. Aquest fenomen, que B.V. Chirikov anomenà més tard *difusió d'Arnold*, es conjecturà com a genèric (vegeu [ArKN97], cap. 6). Agafant (l'ara famós) article del 1964 com a punt de partida, el professor Amadeu Delshams va oferir un recorregut per les principals contribucions a la prova d'aquesta conjectura d'Arnold per finalitzar amb una visió de global de l'estat de l'art.

La segona xerrada del matí, «On the central configurations of the  $N$ -body problem», tracta de certes solucions particulars del problema de  $N$  cossos, les conegudes com a *solucions homogràfiques* (vegeu [Wi41], §369 i seg.; [ArKN97], cap. 2), l'estudi de les quals va portar a la noció de *configuracions centrals*. A la seva dissertació, el professor Jaume Llibre emfasitzà la importància d'aquestes configuracions (per exemple, quan els  $N$  cossos van cap a col·lisió simultània la seva disposició tendeix a una configuració central), i també va repassar els diferents tipus de configuracions centrals conegudes i presentà el resultat més recent, entre els quals va destacar els relatius a les configuracions centrals espacials.

## Sessió de la tarda: entrega del Barcelona Dynamical System Prize 2017

Després d'una pausa al migdia, la jornada es va reprendre, tal com estava previst, per atorgar el Barcelona Dynamical System Prize.

L'acte s'inicià amb la comunicació del premi per part del professor Amadeu Delshams. Esmentant les seves paraules, el Barcelona Dynamical System Prize 2017 és un premi internacional que, amb el patrocini del professor Carles Simó, la Societat Catalana de Matemàtiques atorga a l'autor o autors d'un treball de recerca en l'àrea de Sistemes Dinàmics que hagués estat publicat o acceptat per publicació entre l'1 de maig de 2015 i el 31 de gener de 2017.

Enguany el jurat —format pels professors John Guckenheimer (Cornell University), Rick Moeckel (University of Minnesota), Anatoly Neishtadt (Loughborough University), Enrique Pujals (IMPA), Robert Roussarie (Université de Bourgogne) i Amadeu Delshams (UPC, en qualitat de secretari del jurat sense vot)— ha decidit concedir el premi a Jordi-Lluís Figueras (Uppsala Universitet), Àlex Haro (Universitat de Barcelona) i Alejandro Luque (ICMAT), per l'article «Rigorous Computer-Assisted Application of KAM Theory: A Modern Approach» (vegeu [FHL2017]).

Com destaca en la seva resolució, «els autors introdueixen noves estratègies KAM per construir tors invariants, aportant millores a mètodes teòrics i computacionals que produeixen resultats més forts en exemples concrets com l'aplicació estàndard, l'aplicació estàndard no torçada i l'aplicació de Froeschlé. De forma remarcable, el valor obtingut a l'aplicació estàndard és quasi òptima».

A continuació, el president de la Societat Catalana de Matemàtiques, el professor Xavier Jarque, va prendre la paraula per procedir al lliurament del premi, que va recollir el professor Àlex Haro en representació de tots tres coautors, per exposat tot seguit el treball guardonat en la que va ser l'última ponència de la jornada.



BDSP 2017: recull el premi el prof. À. Haro

Per acabar, volem esmentar, que la [2JSDC] ha rebut el suport de les universitats de Barcelona, Autònoma de Barcelona, de Girona, de Lleida, Politècnica de Catalunya i la Universitat Rovira i Virgili; així com de l'Institut d'Estudis Catalans i de la Societat Catalana de Matemàtiques.

## Referències

- [2JSDC] <http://www.sistemesdinamics.cat>
- [Ar64] V.I. Arnold, «Instability of dynamical systems with many degrees of freedom». (rus). *Dokl. Akad. SSSR* **156** (1964), 9-12. Traducció a l'anglès a: *Soviet. Mat. Dokl.* **5** (1964), 581-585.
- [ArKN97] V.I. Arnold, V.V. Kozlov i A.I. Neishtadt, *Mathematical aspects of classical and celestial mechanics. Dynamical Systems III*. Springer-Verlag, Berlin (1997).
- [BDSP] <http://blogs.iec.cat/scm/>
- [Chir79] B.V. Chirikov, «A universal instability of many-dimensional oscillator systems». *Phys. Rep.* **52:5** (1979) 264-379.
- [FHL2017] J.-Ll. Figueras, A. Haro i A. Luque, «Rigorous computer-assisted application of KAM theory: A modern approach». *Found. Comput. Math.* **17:5** (2017), 1123–1193.
- [Wi41] A. Wintner, *The analytical foundations of celestial mechanics*. Princeton University Press, Princeton, NJ (1941).

## Passejades matemàtiques per... Girona

Esther Barrabés  
Universitat de Girona

L'11 de novembre passat un grup de professors de l'associació ADEMGi i alguns amics, tots enamorats de Girona i les matemàtiques, van oferir una passejada matemàtica per la ciutat, dins les activitats que organitzava l'Ajuntament de Girona per a la Setmana de la Ciència.



La passejada es compon de parades, entenent per *parada* un centre d'interès on el grup atura el recorregut. En la parada, els membres del grup organitzador expliquen i posen en relleu el que volen mostrar a partir de fer observar elements d'interès, comentar aspectes històrics, sempre projectant la mirada matemàtica. No es tracta d'un monòleg: es plantegen preguntes als participants, petits reptes, estímuls per fer pensar, i es duu a terme alguna experiència pràctica específica relacionada amb el tema.

### Parades

La primera parada és a la plaça del Vi, un lloc ideal per parlar d'arcs: el de mig punt, l'apuntat o l'escarser són els més fàcils de detectar i explicar, però és un arc carpanell a l'entrada del pati de l'edifici de l'Ajuntament el que centra l'interès (de fet n'hi ha dos). Un material molt senzill, fet de paper de transparències, és ideal per explicar i entendre aquests arcs.

A més, al terra de la porta d'entrada ens fixem que hi ha una peça que correspon a un senyal de l'altura de Girona sobre el nivell del mar, i és l'excusa per introduir un nou tema que es reprendrà a la parada següent.



L'itinerari segueix pel carrer Ciutadans, i s'enfila pel carrer de la Força cap a la catedral. Pel camí, aprofitem per identificar alguns tipus d'arcs, i ens adonem de la quantitat i diversitat que hi ha. Arribem al punt següent, a la placeta de l'Institut Vell, on hi ha la fita de la Mitja Llegua. Aquí ens passegem per la història amb l'ajuda de plànols de la muralla antiga: es parla del comerç a la ciutat, dels impostos que es feien pagar per comerciar a la ciutat, de com la gent es situava fora les muralles... i de com un privilegi de la reina va introduir la mitja llegua. Una lliçó d'història que permet parlar de distància i unitats de mesura. A punt per recuperar el tema de l'altura de la ciutat i fixar-nos en un nou senyal que ens ho marca.



Parada següent: la plaça de la Catedral. Els mosaics del terra davant de l'antic jutjat permeten parlar del nombre  $\pi$  i calcular-ne aproximacions resseguint els cercles amb els peus. I la rosassa de la catedral també ens dona joc: la reixa quadriculada que la protegeix també serveix per fer mesures aproximades de l'àrea que té. Acabem tornant a mirar a terra

i observant les lúnules: llunes d'àrea racional amb perímetre irracional.



Seguidament, comencem la tradicional pujada de les escales i parem al primer replà per fixar-nos en l'edifici de la Pia Almoïna. Una mica de repàs a la història de l'edifici i als seus habitants segons el pis que ocupaven. I així ens fixem en la seqüència de finestres per planta (i alguns arcs més!): 1,2,3,4. Aquí parlem de nombres triangulars, i ens preguntem com ho faríem per sumar ràpidament totes les finestres si l'edifici tingués  $N$  plantes. I s'aprofita per mostrar amb material de suport que la suma de dos triangulars consecutius és un nombre quadrat.





I arribem a la parada final, la plaça dels Apòstols. Quines vistes, s'albira el cim de Rocacorba. Aquest punt, juntament amb el cim de la Mare de Déu del Mont, el del Puigsacalm i el campanar de la catedral, van servir per fer la triangulació per a la mesura del meridià i la implementació del metre. Per il·lustrar-ho, es fa una simulació amb cordes.

Tornem a les vistes, i observem la ciutat i algunes antenes de telefonia, que ens permet parlar sobre de quina manera el nostre mòbil busca senyal en una antena o en una altra. Ja tenim tema: els diagrames de Voronoi. I la demostració pràctica és espectacular: amb dolços de xocolata i un plat amb aigua!

Amb un mirall a terra, mesurem l'alçària del campanar fent triangles semblants. I a l'entrada de la porta dels Apòstols, parem atenció en un element geomètric interessant: triangles de Reuleaux, una figura d'amplada constant.

La passejada acaba al monument a l'arquitecte de la catedral (600 anys de la decisió de fer nau única), obra de Subirachs, amb un dibuix a escala i molta simbologia en l'escultura.

Anton Aubanell, Esther Barrabés, Pep Caballé, Lluís Codina, Pepus Daunis, Xevi Fernández, Raül Fernández, Sílvia Margelí, Francesc Massich, Pili Royo, Dolors Rubirola, Quim Tarradas

## Activitats amb ajut de la Societat

### Foundations of Computational Mathematics 2017

Martín Sombra

Universitat de Barcelona

Del 10 al 19 de juliol d'aquest any va tenir lloc a la Facultat de Matemàtiques i Informàtica de la Universitat de Barcelona el congrés internacional FoCM 2017. Es tracta d'un dels congressos més importants sobre els aspectes teòrics de la matemàtica computacional i que, en aquesta edició, va reunir més de sis-cents experts d'arreu del món.

Al llarg de nou dies, hi van intervenir divuit conferenciantes plenaris de primer nivell, incloent-hi dos guardonats amb la Medalla Fields: Martin Hairer, de la Universitat de Warwick (Regne Unit), i Stephen Smale, de la Universitat de Berkeley (EUA).



Primera ponència del congrés, a càrrec de Martin Hairer

Així mateix, van tenir lloc vint-i-un *workshops* temàtics, que van cobrir pràcticament tot l'espectre de les matemàtiques computacionals.

Aquest congrés, punt de trobada entre les matemàtiques i la computació, el va organitzar la Society for the Foundations of Computational Mathematics (FoCM Society), entitat sense ànim de lucre que impulsa aquesta trobada des del 1995. El comitè organitzador local estava format per membres de la Universitat de Barcelona, la Universitat Politècnica de Catalunya, la Universitat Pompeu Fabra i ICREA. També va tenir el suport administratiu i logístic del Centre de Recerca Matemàtica (CRM) i de l'Institut de Matemàtiques de la UB (IMUB), a banda del suport institucional de la Barcelona Graduate School of Mathematics (BGSMath).

El FoCM 2017 va ser el novè d'una sèrie que va començar amb la trobada a Park City (EUA) el 1995, durant la qual la FoCM Society va néixer, i que va continuar amb els congressos a Rio de Janeiro (1997), Oxford (1999), Minneapolis (2002), Santander (2005), Hong Kong (2008), Budapest (2011) i Montevideo (2014).

El congrés va consistir en tres períodes de tres dies cadascun, amb dues ponències plenàries als matins i set *workshops* temàtics

a la tarda. Cada *workshop* es va concentrar en un període i va incloure dues ponències semiplenàries, d'interès per a una audiència més general, així com xerrades curtes dirigides a una audiència més tècnica, a banda de presentacions de pòsters.

Durant la trobada, es va lliurar el premi Stephen Smale 2017 a Lek-Heng Lim, de la Universitat de Chicago (EUA), per la seva recerca integrant la computació científica amb la teoria de la complexitat, l'anàlisi estadística de dades i les matemàtiques pures. Així mateix, es va atorgar el premi al millor article de l'any 2016 de la revista *Journal of Complexity*, a un treball signat per Carlos Beltran, de la Universitat de Cantàbria, i per Jordi Marzo i Joaquim Ortega, de la Universitat de Barcelona.

Els congressos FoCM són un lloc de reunió únic per als investigadors en matemàtiques computacionals i branques relacionades de les matemàtiques i de la informàtica. Tot i que autoritats mundials de primer ordre presenten ponències plenàries i l'alt nivell tècnic dels *workshops*, l'èmfasi es posa en la interacció de temes i disciplines, en una atmosfera informal i amistosa que dona la possibilitat de conèixer col·legues de diferents temes i àrees, i d'identificar l'ampli (i sovint sorprenent) denominador comú de la recerca científica.

Tota la informació del congrés es guardarà de forma permanent a la pàgina web <http://www.ub.edu/focm2017/>. Això inclou els *slides* i els vídeos de les xerrades plenàries, i els resums de totes les xerrades i pòsters presentats.

## 8a edició del concurs Planter de Sondeigs i Experiments 2017

Lourdes Rodero

Coordinadora i secretària del Jurat

El 2 de juny passat es van lliurar els premis del concurs **Planter de Sondeigs i Experiments**, que enguany arriba a la 8a edició. Aquest concurs, que està finançat parcialment per la SCM, el convoquen anualment les tres facultats de Catalunya amb estudis de Grau en Estadística (Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC, la Facultat d'Economia i Empresa de la UB i la Facultat de Ciències de la UAB), està adreçat a estudiants d'ESO, batxillerat i cicles formatius, i té com a objectiu principal despertar en els estudiants la curiositat per l'estadística com a eina fonamental en la recerca, tant en ciències experimentals com en ciències socials. Els equips participants (de fins a cinc alumnes) realitzen un treball d'estadística, en què donen resposta a una pregunta rellevant utilitzant tècniques estadístiques, i presenten els resultats en un informe escrit.

Aquest any 2017, el concurs ha continuat mantenint l'èxit d'altres edicions: s'han lliurat 121 treballs amb 380 alumnes participants, que han estat dirigits per 41 professors de 24 centres d'ensenyament secundari d'arreu Catalunya

La inquietud científica dels joves participants del concurs els ha portat a fer experiments, a dur a terme enquestes i a desenvolupar estudis observacionals que els han

permès respondre a moltes de les preguntes que s'havien plantejat al començament i que ens han proporcionat informació sobre temàtiques ben diferents:



- **Ús de les noves tecnologies i xarxes socials:** Ha estat una de les temàtiques més utilitzades en els treballs sobretot intentant respondre a quin és el seu impacte en el temps d'oci. S'ha treballat per saber quines aplicacions són les més emprades pels joves d'avui en dia, sobre els usos d'aplicacions com WhatsApp, Facebook, YouTube o Instagram.
- **Aficions i oci:** S'ha treballat àmpliament sobre la moda i l'esport entre els joves fins i tot tractant aspectes més ètics. També s'han treballat les aficions més musicals.

- **Alimentació i hàbits saludables:** En aquest apartat els estudiants han recollit dades sobre hàbits saludables i sobre com funcionen algunes malalties relacionades amb les al·lèrgies i les intoleràncies, com la celiaquia.
- **Estudis i qualificacions:** Alguns estudiants s'han interessat per saber com les activitats extraescolars afecten en les notes obtingudes o com el nivell d'estudis obtingut té impacte o relació amb el salari laboral aconseguit.

Aquesta edició ha estat la més experimentadora de totes! Quant es triga a omplir un embut?, la cola desfà la carn? Quina espremedora és millor per treure el suc de les taronges? Tots els productes de neteja ho fan igual? Quina és la millor manera de xutar? Totes aquestes qüestions i algunes més s'han respost mitjançant experiments senzills.

Els organitzadors del Planter de Sondeigs i Experiments, després d'examinar els treballs presentats, podem constatar que tots els estudiants participants han après molt (i nosaltres també) i que, a més, s'ho han passat la mar de bé.

### Treballs premiats

Els treballs guanyadors en cadascuna de les quatre categories del concurs van ser

### E-Math 2017

Maria Antònia Huertas  
Universitat Oberta de Catalunya

El novè taller internacional sobre *e-learning* matemàtic (E-Math 2017) va ser un esdeveniment internacional que va servir de punt de trobada per a docents i investigadors en l'àmbit de l'aprenentatge virtual matemàtic, tant de grau com de postgrau. Forma part de la sèrie de trobades anuals que des del 2009 han coorganitzat les tres universitats obertes amb finançament públic de la península Ibèrica: la UOC (Universitat Oberta de Catalunya), la UNED (Universidad Nacional de Educación a Distancia, Espanya) i la UaB (Universitat Oberta, Portugal). De manera rotativa s'han celebrat a Lisboa, Madrid i Barcelona, mentre

els següents:

- 1r i 2n d'ESO: «Els cacauets per mi! A mi no m'agraden els cigrons!: les barreges de fruits secs, no tan barrejades», dels estudiants Nil Medrano, Eric Rodríguez, Mila Serra, Ignasi Subirana i Mar Viardell (SES Joan Triadú de Ribes de Freser, Ripollès), dirigits per Marc Valls i Gurt.
- 3r i 4t d'ESO: « Els videojocs independents: l'altra banda de la moneda», de l'estudiant Pau Martí València Griñó (INS Juan Manuel Zafra), dirigit per M. del Pilar Menoyo Díaz.
- Batxillerat i cicles formatius: «El penagrama europeu», del Max Balcells, Sílvia Casacuberta, Joan Hernanz i Javier López-Contreras (Aula, Escuela Europea), dirigits per Xavier Taixés Ventosa.
- Premi Planter-Idescat: «L'1 més acaparador», dels estudiants Pau Campuzano, Inés López i Carla Ruíz (INS Sant Quirze del Vallès, Barcelona), dirigits per Judith Miró Dalmau.

Els guanyadors de les tres principals categories (1r i 2n d'ESO, 3r i 4t d'ESO i batxillerat i cicles formatius) van representar Catalunya en la sisena edició de la fase nacional d'aquest concurs, que es va celebrar a Oviedo del 28 al 30 de juny.

que l'E-Math del 2017 s'ha fet a la seu de la UOC (avinguda Tibidabo, 39-43, 08035 Barcelona) els dies 13 i 14 de juliol.

Malgrat la proximitat geogràfica (uns mil quilòmetres separen Lisboa i Barcelona, amb Madrid gairebé exactament al centre), el fet és que l'estreta col·laboració entre els matemàtics de les tres universitats només va començar després de la trobada per primera cop de tres professors, un de cada universitat, al cinquè JEM Workshop - «ICT on the Teaching of Mathematics and on the Mathematics Curriculum» a París, organitzat el novembre del 2008 pel

professor Mika Seppälä de la Universitat d'Hèlsinki.

El reconeixement dels reptes comuns a què s'enfronta l'ensenyament de les matemàtiques a les tres universitats a distància i la necessitat d'aprendre de les experiències, tant dels èxits com dels fracassos, ens porten a iniciar aquesta sèrie regular de reunions, la primera de les quals va tenir lloc a Lisboa, a la UaB, l'estiu del 2009.

Els temes de les reunions inclouen notícies sobre la tecnologia de la comunicació matemàtica, innovacions en estratègies matemàtiques d'aprenentatge electrònic, tecnologia d'avaluació, anàlisi de dades educatives, vídeos, MOOCs, bones pràctiques educatives, presentacions de resultats de l'estudiant, programes i eines per a l'ensenyament de les matemàtiques i un llarg etcètera.

Aviat ens vam adonar que l'*e-learning* de les matemàtiques no era només un repte i una

oportunitat de les universitats en línia, sinó que per mitjà la implantació de les TIC a les universitats presencials també havia arribat a elles. A més, havia sobrepassat l'àmbit universitari per arribar també a l'ensenyament secundari.

L'E-Math 2017, com els altres de la sèrie, per tant, ha tingut com a objectiu consolidar-se com un esdeveniment internacional que serveixi com a punt de trobada dels professionals de l'*e-learning* de les matemàtiques d'àmbit general, i amb un gran ventall de temes d'interès, tal com es pot comprovar al web de l'E-Math d'enguany (<http://cimanet.uoc.edu/emath2017/>).

Un centenar de professors i investigadors, a banda dels ponents i assistents, es van trobar per debatre sobre les problemàtiques i possibles solucions que l'ensenyament en línia de les matemàtiques encara té.

Es preveu que l'E-Math 2018 es faci a Lisboa i hi sou tots convidats.

## Escola Topics in Complex Dynamics 2017

Núria Fagella  
Universitat de Barcelona

La setmana del 2 al 6 d'octubre va tenir lloc a l'Institut de Matemàtica de la UB (IMUB) la setena edició de l'escola Topics in Complex Dynamics.

Aquesta escola bianual organitzada pel Grup de Dinàmica Holomorfa ([www.maia.ub.es/holodyn](http://www.maia.ub.es/holodyn)) amb la inestimable col·laboració de l'IMUB, se celebra des de l'any 2005 i tracta temes d'interès al voltant dels sistemes dinàmics holomorfs (iteració de funcions analítiques del pla complex, o en altres superfícies de Riemann).

L'edició d'enguany ha constatat amb tres cursos avançats de primer nivell, de quatre hores i mitja hores cadascun. Més concretament, el Dr. David Sixsmith de la Universitat de Liverpool ens ha parlat de les propietats ben especials de les funcions holomorfs amb un conjunt acotat de valors singulars; la professora Anna Zdunik de la Universitat de Varsòvia ens ha introduït als sistemes dinàmics complexos aleatoris; mentre que el professor Artur Nicolau de la Universitat Autònoma de Barcelona ha presentat els resultats més rellevants sobre funcions internes, un tema provinent de l'anàlisi matemàtica amb multitud d'aplicacions als sistemes dinàmics. Estem molt agraïts a tots ells per la seva implicació amb les presentacions i amb els participants.



Adicionalment i com ja és tradició, els estudiants i joves matemàtics assistents han tingut l'oportunitat de presentar els seus resultats en xerrades de 30 minuts a les sessions de la tarda, sovint essent aquesta la seva primera presentació en un congrés. Més d'un investigador de renom a l'àrea, avui pot dir que la seva primera xerrada va ser a Barcelona, en una de les edicions de l'escola TCD. N'és un exemple un dels conferenciants, el Dr. David Sixsmith, avui ben conegut per les seves contribucions a la iteració de funcions transcendents.

Aquest 2017 l'escola ha estat tot un èxit de participació. Més concretament hem comptat amb 40 participants, vinguts de països d'arreu del món (Alemanya, Anglaterra, Aràbia Saudita, Catalunya, Espanya, Estats Units, França, Índia, Itàlia, Japó, Mèxic i Polònia). La majoria són estudiants de doctorat, tot i que un nombre considerable són recents graduats ara realitzant estades postdoctorals en universitats d'arreu.

L'escola TCD2017 ha tingut el suport econòmic de l'IMUB, de la Facultat de Matemàtiques i Informàtica de la UB i de la Societat Catalana de Matemàtiques. Agraïm a tots ells el seu suport que ha fet possible que, un any més, l'escola hagi estat un èxit.

Trobareu tota la informació a l'enllaç <http://www.gsd.uab.cat/tcd2017>.



## Premis, beques i reconeixements

Albert Avinyó  
Editor de la *SCM/Notícies*

### SCM i IEC

- El Ple de l'Institut d'Estudis Catalans del 17 de novembre de 2017 va escollir la professora **Marta Sanz Solé** com a membre numerari d'aquesta institució.
- La SCM, a proposta del jurat internacional del premi, va concedir el Barcelona Dynamical Systems Prize 2017, amb el mecenatge del professor Carles Simó i Torres, a **Jordi-Lluís Figueras**, **Àlex Haro** i **Alejandro Luque** com a autors de l'article «Rigorous Computer Assisted Application of KAM Theory: A Modern Approach», *Foundations of Computational Mathematics*, October 2017, Volume 17, Issue 5, p. 1123–1193. En aquest article, els autors introdueixen noves estratègies KAM per construir tors invariants. El nou material consisteix en millores a mètodes teòrics i computacionals que produeixen resultats més forts en exemples concrets, com

l'aplicació estàndard, l'aplicació estàndard no torçada i l'aplicació de Froeschlé. De forma remarcable, el valor obtingut en l'aplicació estàndard és quasi òptima

### Altres

- La Reial Societat Matemàtica Espanyola (RSME) va otorgar una de les seves medalles a **Marta Sanz Solé**, catedràtica de la Facultat de Matemàtiques i Informàtica de la UB, en reconeixement a la seva trajectòria, a l'impacte de la seva recerca i a les seves aportacions especials al camp matemàtic. El lliurament de les medalles en l'edició del 2017 va tenir lloc el dijous 5 d'octubre. La professora Sanz va agrair el premi en un parlament per videoconferència. Aquests guardons són un reconeixement a la feina d'investigadors que han destacat per les seves

aportacions a les matemàtiques a l'Estat espanyol, i que tenen una extensa i extraordinària trajectòria en múltiples activitats relacionades amb aquesta disciplina. A més de la professora Sanz, han estat guardonats els catedràtics Antonio Campillo López (Universitat de Valladolid) i Manuel de León Rodríguez (CSIC).

- **Javier Gómez Navarro**, llicenciat en Matemàtiques i Enginyeria de Telecomunicacions per la Universitat Politècnica de Catalunya, i actualment professor a la Universitat de Princeton, ha estat un dels set guanyadors del premi de recerca matemàtica Vicent Caselles en la convocatòria de l'any 2017. El seus treballs de recerca se centren en l'àrea de fluids i singularitats. Per exemple, analitza la corba que separa dos fluids de diferents densitats, com les ones del mar que separen l'aire i l'aigua. Treballant, entre altres, amb el medalla Fields Charles Fefferman, Gómez Serrano va resoldre un dels problemes oberts de l'àrea en explicar matemàticament com trenquen les onades al mar. És un problema que permet aproximar-se a la solució d'un dels anomenats *problemes del mil·lenni*, la solució dels quals es premia amb un milió de dòlars. També ha estudiat la interfase entre dos fluids incompressibles en un medi porós, i ha demostrat l'existència de solucions que passen del règim estable a un règim inestable, problema obert en aquesta teoria.
- **Marcel Guàrdia**, professor del Departament de Matemàtiques de la UPC, ha guanyat una beca Starting Grant 2017 de l'European Research Council (ERC). Aquestes beques es van crear per estimular joves investigadors amb talent a aconseguir independència i construir les seves pròpies carreres professionals dins d'Europa. La dotació dels premis és de fins a 1,5 milions d'euros i la durada de la beca és de cinc anys. Les subvencions s'adrecen a investigadors prometedors que tenen un potencial demostrat per convertir-se en líders independents en el camp de la recerca. En aquesta convocatòria només 11 investigadors de l'Estat espanyol han aconseguit una d'aquestes beques i, entre aquestes, la del Marcel és l'única relacionada amb les matemàtiques. El projecte guardonat porta per títol «Instabilities and homoclinic phenomena in Hamiltonian Systems» i té com a objectiu «usar tècniques de sistemes dinàmics per entendre comportaments inestables en models de mecànica celeste, que modelen per exemple el sistema solar, i comportaments turbulents en equacions en derivades parcials com l'equació de Schrödinger».
- **Marianna Bosch**, professora de la Universitat Ramon Llull, serà *invited speaker* a l'International Congress of Mathematicians (ICM-2018) que se celebrarà a la ciutat de Rio de Janeiro el proper mes d'agost.

## Contribucions

### Yves Meyer, premi Abel 2017

Stéphane Jaffard  
Université Paris-Est Créteil<sup>1</sup>

El 23 de maig del 2017, Yves Meyer va rebre de mans del rei de Noruega Harald V el premi Abel 2017. Aquest premi, establert el 2003, es concedeix anualment pel conjunt d'una obra, i palesa l'absència del premi Nobel de Matemàtiques.

El primer guardonat fou Jean-Pierre Serre el 2003. La llista de guardonats es pot veure a <http://www.abelprize.no/>. La cerimònia d'atorgament va ser el punt culminant de tres dies d'actes de celebració a la capital noruega.

<sup>1</sup>Aquest article és la versió en català, a càrrec de Joaquim Bruna, de la publicació del mateix nom i autor apareguda a *La Gazette* de la Société Mathématique de France el juliol del 2017 (número 153)

Yves Meyer va néixer a París el 1939. Va passar la seva joventut a Tunis, on va estudiar al Lycée Carnot, bressol de reconeguts intel·lectuals francesos. Encara adolescent va descobrir amb delit el tractat d'A. Zygmund *Trigonometric series*. Una conferència de J. P. Kahane –gran figura de l'anàlisi harmònica a França, mort l'estiu del 2017 passat als 90 anys– que escoltà quan encara era estudiant de batxillerat afiançà la seva fascinació per l'anàlisi harmònica. Després d'estudis brillants a l'École Normale Supérieure de París, va ser professor durant tres anys al prestigiós Collège Royal Henry-Le-Grand, avui Prytanée Militaire de la Flèche, on va començar a fer recerca. En aquesta època, Jean Pierre Kahane va continuar influenciant Meyer per la seva manera de fer matemàtiques, força allunyada de l'escola Bourbakista llavors predominant; tota la vida mantindrà un estil propi, preferint la resolució de problemes específics, l'estudi d'objectes o de propietats matemàtiques remarcables, més que no pas la construcció de teories abstractes. Més endavant, Jacques Louis Lions, fundador de l'escola de matemàtica aplicada francesa, li farà veure la riquesa del vincle entre les matemàtiques i les seves aplicacions. Excepte períodes breus al CNRS, Meyer serà docent i investigador, simultàniament, tota la seva vida, primer a la Université de Strasbourg, després a la Université de Paris-Sud a Orsay, a l'École Polytechnique, a la Université Paris-Dauphine i finalment a l'École Normale Supérieure de Cachan (ara ENS Paris-Saclay), on actualment és professor emèrit.



Yves Meyer amb el rei de Noruega

Yves Meyer és membre de l'Académie des Sciences, de l'American Academy of Arts and Sciences i de la US National Academy of Sciences. Ha rebut nombrosos premis i distincions,

entre els quals el premi Gauss, que és la màxima distinció en matemàtica aplicada.



Yves Meyer visitant el monument a la glòria d'Abel

L'Acadèmia de Ciències i Lletres de Noruega ha justificat l'atorgament del premi Abel 2017 a Yves Meyer pel seu paper fonamental en el desenvolupament de la teoria matemàtica de les ondetes (*wavelets*). Aquesta cita no ha de ser entesa en un sentit limitat, puix que una de les característiques d'Yves Meyer és l'eclecticisme en l'elecció dels temes de recerca. De jove s'interessà per la interfície entre l'anàlisi harmònica i la teoria de nombres. A la dècada de 1960, un dels temes dominants en anàlisi harmònica era el de la síntesi espectral (on destacaren especialment altres grans noms de la matemàtica francesa, com L. Schwartz i P. Malliavin). Aquest tema de recerca, molt ric, el va portar a construir la teoria dels *ensembles modèles*, teoria que anys després trobarà un ressorgiment i desenvolupament inesperat, ja que obre el camí als quasicristalls, molt abans del treball sobre tesel·lacions que faran famós R. Penrose. Recordem que es tracta de construir enrajolaments de l'espai o el pla per a objectes regulars, però que no siguin periòdics. Per exemple, el pla no es pot enrajolar amb pentàgons regulars, però hi ha enrajolaments no periòdics que utilitzen pentàgons i rombes. Aquests enrajolaments tenen propietats de simetria pentagonal molt interessants. Aquests treballs, de caire matemàtic, van trobar connexions i aplicacions inesperades en química, concretament en cristallografia, gràcies als treballs de D. Gratias, D. Schechtman (premi Nobel de Química) i els seus col·laboradors. Estructures cristal·lines adaptades a enrajolaments de Penrose, per tant no periòdiques, tenen espectres de difracció amb pics, de manera similar als cristalls, fet que n'explica la terminologia. Els

*conjunts modèle* d'Yves Meyer (avui també anomenats *cut and project sets* en terminologia anglesa) permeten construir quasicristalls. Yves Meyer va retornar al tema en una sèrie de treballs en col·laboració amb B. Matei en els quals trobaren aplicacions a una altra àrea del tractament del senyal força activa, el mostreig de senyals de banda limitada. És ben conegut després de Beurling, Landau i Shannon que aquests senyals són completament recuperables a partir de mostres sobre conjunts discrets (*sampling sets*), conjunts que es coneixen si hom té la informació completa del contingut freqüencial del senyal. Els treballs de Meyer i Matei han mostrat que els quasicristalls són conjunts de mostreig universals, en el sentit que és possible reconstruir determinats senyals sobre els quals només hom té informació parcial sobre la seva banda de freqüències; en definitiva, anant més enllà del que semblava que permetia la teoria de Shannon. Aquests desenvolupaments representen una contribució molt rellevant al paradigma del mostreig comprimit (*compressed sensing*), un camp que s'ha desenvolupat considerablement en processament del senyal des del 2005 (treballs de d'E. Candes, D. Donoho, T. Tao, etc.) i que ha permès obtenir resultats espectaculars en la reconstrucció d'imatges pertorbades o degradades. Aquesta teoria té un fort component estocàstic, tanmateix Y. Meyer, utilitzant els quasicristalls, n'ha proposat una versió determinista.

Fetes aquestes consideracions sobre les connexions actuals dels primers treballs de Meyer continuem amb la descripció de la seva obra. El 1974, Yves Meyer va visitar els Estats Units, concretament la Universitat de Washington, a Saint Louis. Allà, R. Coifman li descriu el programa de Calderón, programa científic molt extens centrat en les equacions en derivades parcials amb poca regularitat dels coeficients, del qual una eina fonamental són els operadors integrals singulars de Calderón-Zygmund. Típicament, si  $f$  és una funció definida a  $\mathbb{R}^d$ , l'acció de l'operador  $T$  sobre  $f$  és:

$$Tf(x) = \int_{\mathbb{R}^d} K(x, y)f(y) dy,$$

on el nucli  $K$  està definit fora de la diagonal  $x = y$  i complex

$$|K(x, y)| \leq \frac{C}{|x - y|^d}, \left| \frac{\partial K}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial K}{\partial y} \right| \leq \frac{C}{|x - y|^{d+1}}.$$

Aquests operadors tenen un paper central en molts problemes derivats de la física (electrostàtica o electromagnetisme, per exemple), en situacions on la geometria no és gaire regular. Captivat per aquest tema, Yves Meyer resoldrà la primera conjectura central de la teoria, sobre la continuïtat de la integral de Cauchy sobre corbes de Lipschitz, en col·laboració amb R. Coifman i A. MacIntosh. Yves Meyer mateix considera que aquest és el resultat més difícil que ha obtingut en la seva carrera. Aquesta fita va obrir el camí a treballs cèlebres de G. David i J.-L. Journé sobre el teorema  $T(1)$  (que dona un criteri senzill de continuïtat dels operadors de Calderon-Zygmund), els de P. Auscher, P. Tchamitchian i altres sobre la conjectura de Kato i l'arrel quadrada d'operadors acretius, i d'altres posteriors connectats amb la variable complexa, com els de X. Tolsa i G. David en relació amb la capacitat analítica (conjectures de Painlevé i de Vitushkin). Bona part d'aquests grans matemàtics són antics alumnes d'Yves Meyer.

El 1984, Yves Meyer va abandonar el tema en el qual s'havia convertit en un dels mestres indiscutibles i s'embarcà en una nova aventura matemàtica: les ondetes (*wavelets*). Aquesta teoria sorgeix de la intuïció de l'enginyer J. Morlet, un geofísic que treballava per a Elf-Aquitaine. Morlet estudiava els senyals sísmics obtinguts per reflexió: s'emet una vibració cap a l'interior de la terra, que es reflecteix en les diverses capes del subsol i se n'intenta esbrinar la naturalesa a partir de l'estudi del senyal rebut. J. Morlet va proposar descompondre els senyals que estudiava en components elementals simples, tots amb la mateixa forma; en col·laboració amb el físic teòric A. Grossmann va formalitzar aquesta idea, introduint així el que avui anomenem la *transformada contínua en ondetes*, en la qual el senyal es descompon en totes les correlacions amb traslladades i dilatades d'una ondeteta mare  $\Psi$ . Més precisament, si l'ondeteta  $\Psi$  està ben localitzada i té integral zero, la transformada en ondetes d'una funció  $f$  a la recta es defineix per

$$C_f(a, b) = \frac{1}{a} \int_{\mathbb{R}} f(t) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt.$$

Si a més  $\Psi$  és parella o senar, es pot reconstruir  $f$  amb la fórmula

$$f(x) = \int_{a>0} \int_{b \in \mathbb{R}} C_f(a, b) \Psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \frac{da db}{a^2}.$$



Yves Meyer va descobrir l'article de Morlet i Grossmann per casualitat, en una discussió al costat de la fotocopiadora compartida per matemàtics i físics de l'École Polytechnique. Immediatament es va adonar de la connexió d'aquesta idea amb la teoria matemàtica que havia cultivat prèviament, concretament amb la descomposició de Littlewood-Paley. A partir d'aquest moment, Meyer serà el catalitzador d'aquesta aventura que, iniciada per un grupat de científics de disciplines diverses, revolucionarà el tractament del senyal, l'estadística i influenciarà profundament l'anàlisi matemàtica moderna. En efecte, si bé les descomposicions multiescala eren ja una eina familiar per als especialistes en processament del senyal i d'imatges (es corresponen amb la idea natural d'una imatge observada simultàniament sota diverses resolucions), la formalització matemàtica que proporcionen les bases d'ondetes els dona una potència i una versatilitat incomparables. Una base d'ondetes té una estructura algorítmica particularment simple: totes les ondetes tenen la mateixa forma i s'obtenen unes de les altres per una família discreta de translacions i dilatacions. Més precisament, en una variable, una base ortonormal d'ondetes és de la forma

$$2^{\frac{j}{2}}\Psi(2^j x - k), j, k \in \mathbb{Z}.$$

En aquell moment ja es coneixien algunes bases d'ondetes: la primera havia estat descoberta per A. Haar el 1909, i correspon a la tria

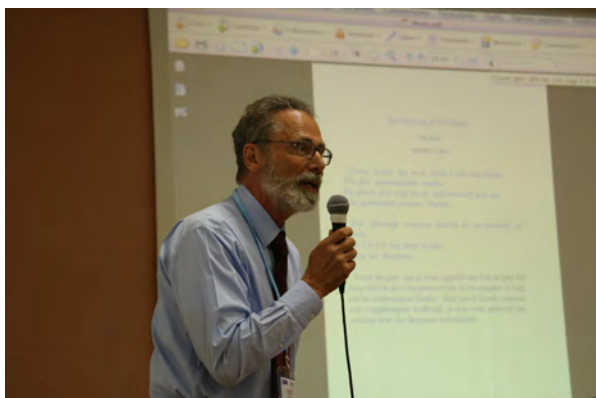
$$\Psi = 1_{[0,1/2]} - 1_{[1/2,1]}.$$

Altres exemples del tipus *splines*, és a dir, amb  $\Psi$  una funció polinomial a trossos i amb una regularitat arbitràriament gran, havien estat construïts per J.O. Strömberg, però van romandre desconeguts per a gran part de la comunitat científica. El 1986, en un article en col·laboració amb P.G. Lemarié, Yves Meyer construeix les primeres bases d'ondetes a  $\mathbb{R}^d$  regulars, concretament dins de la classe de Schwartz (funcions infinitament diferenciables i ràpidament decreixents). Després, amb S. Mallat, desenvolupa el concepte d'*anàlisi multiresolució*, que estableix definitivament la connexió amb els algorismes piramidals que ja s'utilitzaven en el processament del senyal i de la imatge, i que d'altra banda es pot veure com una forma de construir bases d'ondetes amb facilitat. L'aportació fonamental d'Yves Meyer

serà entendre l'adequació d'aquesta nova eina a una varietat de problemes i aplicacions. Entre els col·laboradors amb més vinculació a Yves Meyer i que al seu costat portarà les ondetes a l'èxit absolut cal citar S. Mallat, que introduirà algorismes ràpids, anàlegs a la Fast Fourier Transform (FFT) en el context de les ondetes, de descomposició a diferents resolucions, i que és l'eina que permet passar d'una teoria matemàtica bonica a quelcom útil en el tractament en temps real del senyal i les imatges. I també cal citar I. Daubechies, descobridora de les ondetes regulars amb suport compacte, les que s'utilitzen habitualment en les aplicacions. L'impressionant obra de Meyer en tres volums, *Ondelettes et operateurs*, publicada el 1990, tindrà un impacte profund en la comunitat matemàtica, i molt més enllà. Molt significativament, Meyer hi estableix la relació amb els seus treballs anteriors, sobre el programa de Calderón, mostrant que les bases d'ondetes permeten obtenir descomposicions particularment simples dels operadors de Calderón-Zygmund; en un cert sentit aquests operadors quasi diagonalitzen quan s'expressen en bases d'ondetes. També prova que, a diferència del que passa amb la base de Fourier de sinus i cosinus, les bases d'ondetes s'adapten molt bé a la majoria d'espais funcionals de l'anàlisi (permeten caracteritzar-ne els coeficients) i porten en cada cas a una descomposició numèricament estable i robusta (el terme matemàtic precís és el de *base incondicional*). El cas dels espais de Besov és particularment emblemàtic: introduïts al final dels anys cinquanta com a concepte tècnic útil adaptat a qüestions d'interpolació d'operadors entre espais funcionals, la caracterització extremadament simple obtinguda per Meyer (condicions de tipus  $l^p$  sobre els coeficients en bases d'ondetes) els donarà un nou impuls i els farà una eina utilitzada sovint en anàlisi, i molt particularment en equacions en derivades parcials. Immediatament, D. Donoho s'adona del potencial immens que aquest poder caracteritzador de les ondetes té en estadística i desenvoluparà conjuntament amb els seus col·laboradors I. Johnstone, D. Picard, G. Kerkačarian, etcètera, un programa ambicions on els espais de Besov hi tenen un paper clau.

Les ondetes són avui en dia també una eina essencial de l'anàlisi multifractal. Aquest camp

científic, fortament interdisciplinari, té l'origen en els treballs pioners de N. Kolmogorov sobre turbulència dels anys quaranta, després en els de B. Mandelbrot, J.P. Kahane, J. Peyrière i J. Barral, que introduiran i analitzaran els models probabilistes corresponents (cascades multiplicatives). U. Frisch i G. Parisi hi han aportat el marc definitiu descobrint el formalisme multifractal, que estableix una relació entre les singularitats puntuals i la regularitat global d'una funció. Molt més enllà de la motivació inicial basada en l'anàlisi de la turbulència, l'anàlisi multifractal permet descriure i classificar els senyals i les imatges que presenten propietats d'autosimilitud estadística (treballs de P. Abry, A. Arneodo, S. Jaffard, S. Seuret i els seus col·laboradors). Yves Meyer aportarà a aquest camp dues contribucions molt originals: primer, donant caracteritzacions amb ondetes dels diferents tipus de singularitats puntuals, i, segon, establint un lligam completament inesperat entre multifractalitat i les representacions disperses (*sparse* en terminologia anglesa) en bases d'ondetes (en el sentit que hi ha pocs coeficients significatius).



Yves Meyer a la jornada en honor de P. Flandrin

La descomposició en ondetes ha esdevingut una eina importantíssima, indispensable, en totes les operacions relacionades amb tractament del senyal, de la imatge, vídeo o del so: codificació, transmissió, reconstrucció d'imatges borroses o degradades, etc. Per exemple, han permès la reconstrucció d'imatges borroses emeses durant els primers anys de funcionament del telescopi espacial Hubble (treballs de S. Roques i col·laboradors). L'estàndard JPEG 2000, utilitzat en compressió d'imatges, està basat en una descomposició en ondetes biortogonals deguda a A. Cohen, I. Daubechies i

J.C. Faveau. Així mateix, les ondetes tenen un paper central en la resolució d'un gran nombre de problemes inversos (treballs de D. Donoho, E. Candes, J.L. Starck i col·laboradors). Molt més recentment, S. Mallat i els seus col·laboradors han introduït nous mètodes d'aprenentatge automàtic (*convolutional neural networks*) que han revolucionat el món de la intel·ligència artificial, basats en transformades iterades en ondetes del senyal (la *scattering transform*).

R. Coifman i Yves Meyer també construiran els anomenats *paquets d'ondetes*, que són una variant de les bases d'ondetes convencionals. Aquests nous sistemes no són bases en el sentit estricte: el senyal es descompon en un «diccionari», molt redundat, compost d'un conjunt de funcions; llavors hom selecciona, dins aquest diccionari, una família composta per un nombre molt petit d'elements, que permet representar el senyal amb una precisió molt alta. La recerca d'una descomposició òptima per representar un senyal o una imatge en un sistema redundat condueix a les anomenades *representacions disperses*, ja esmentades abans, on el senyal es representa mitjançant molt pocs coeficients, que avui tenen un paper important en processament de senyals i d'imatges.

Al començament de «l'aventura de les ondetes» s'havia instaurat un cert paral·lelisme entre les descomposicions en temps-escala de les ondetes i l'anàlisi en temps i freqüència, que intenta pal·liar l'absència de localització de la transformació de Fourier, introduint una finestra mòbil i fent després l'anàlisi de Fourier dins de cada finestra. El nom del físic D. Gabor (premi Nobel per la invenció de l'holografia) s'associa generalment a aquest tipus d'anàlisi. També als anys vuitanta, P. Flandrin, B. Torresani i els seus col·laboradors obtingueren una sèrie d'aplicacions espectaculars de la transformació de Gabor contínua (utilitzant totes les finestres i totes les freqüències, coneguda també per transformació de Fourier amb finestra mòbil) en tractament del so (parla i música). En aquest camp de l'anàlisi temps-freqüència, també hi va haver, com a les ondetes, una transició del continu al discret, fins a arribar a les bases de Wilson construïdes per I. Daubechies, S. Jaffard i J.L. Journée, en les quals la finestra és una de les ondetes

introduïdes per Y. Meyer i P.G. Lemarié a la seva primera construcció. L'existència d'aquestes bases havia estat conjecturada per K. Wilson en el marc de la teoria de la renormalització, per la qual va rebre el premi Nobel de Física. Aquestes bases tenen la forma algorítmica següent: a partir d'una finestra, la base ortonormal obtinguda és del tipus

$$\begin{aligned} \phi_{0,n}(t) &= \phi(t-n), n \in \mathbb{Z}, \\ \phi_{l,n}(t) &= \begin{cases} \sqrt{2}\phi\left(t-\frac{n}{2}\right)\cos(2\pi lt), l+n \in 2\mathbb{Z}, \\ \sqrt{2}\phi\left(t-\frac{n}{2}\right)\sin(2\pi lt), l+n \notin 2\mathbb{Z}. \end{cases} \end{aligned}$$

L'eficàcia numèrica d'aquestes bases per a la detecció d'ones gravitacionals havia estat observada per S. Klimenko. El procediment posat a punt per Klimenko utilitza de fet un sistema redundant constituït per vuit bases de Wilson que es dedueixen unes de les altres per un factor de dilatació 2. A la figura, s'endevina el títol de la xerrada de Meyer, «The hunting of the chirp»; presciència? coincidència? El *chirp* més cèlebre de la història, l'ona gravitatòria *cw150914*, emesa per la col·lisió de dos forats negres fa 1.300 milions d'anys, seria detectada una setmana més tard, al setembre del 2015, assegurant així la primera confirmació directa de la validesa de la teoria de la relativitat general en condicions de gravitació extremes. El detector utilitzat, LIGO, incorpora el procediment de Klimenko en el algorisme numèric de tractament del senyal.

En col·laboració amb R. Coifman, Meyer donarà un nou impuls a aquests desenvolupaments millorant les bases de Malvar, un altre tipus de bases temps-freqüència, mostrant que la grandària de les finestres es pot adaptar al senyal utilitzat. Les descomposicions que s'obtenen són rellevants en l'anàlisi de la parla (treballs de V. Wickerhauser, E. Wessfreid, etcètera). També intervenen en els formats de compressió de senyals d'àudio MP3 i MPEG2AA utilitzats en els iPod i els iPhone.

A principis dels noranta, crida l'atenció d'Yves Meyer un article de G. Battle i P. Federbush, on proposen resoldre les equacions de la mecànica de fluids, les equacions de Navier-Stokes, utilitzant descomposicions en ondetes. Meyer reprendrà pel seu compte aquest programa, i el modularà. En efecte, s'adona de seguida

que mètodes més antics que la descomposició en ondetes, però de la mateixa natura, basats en la descomposició de Littlewood-Paley, són més adequats per a aquest problema. Yves Meyer desenvoluparà aquest programa amb els seus alumnes M. Canone, F. Planchon i L. Brandolese. Construiran noves solucions d'aquestes equacions, anomenades *solucions mild*, un tipus de solucions introduïdes per T. Kato en els anys vuitanta. Contràriament a les solucions febles en el sentit de Leray, es pren com a punt de partida una formulació integral de les equacions de Navier-Stokes, la resolució de les quals s'obté aleshores per un mètode de punt fix. També aquí, la utilització intensiva dels espais de Besov permetrà a Yves Meyer, en col·laboració amb Marco Cannone i Fabrice Planchon, construir solucions autosimilars de les equacions de Navier-Stokes, on la velocitat  $v(x, t)$  del fluid compleix

$$v(x, t) = \lambda v(\lambda x, \lambda^2 t), \forall \lambda > 0.$$

La primera prova de la unicitat de les solucions *mild*, obtinguda per P.G. Lemarié, G. Furioli i E. Terraneo, també és una conseqüència d'aquesta dinàmica.

Sota la influència de P.L. Lions, Yves Meyer s'interessa en altres problemes de l'anàlisi no lineal derivats de les equacions en derivades parcials (el lema *div-curl*, injeccions precises entre espais de Sobolev, etc.). Amb això mostra també l'adequació dels mètodes d'anàlisi harmònica (ondetes o Littlewood-Paley) a algunes qüestions d'importància crucial per a la resolució de PDE no lineals motivades per la física.

La proximitat amb J.M. Morel, primer a la Université de Paris-Dauphine i després a l'ÉNS-Cachan, permetrà a Meyer tenir intercanvis especialment fructífers amb l'escola de processament d'imatges que Morel ha fundat a França. Per exemple, Yves Meyer donarà un nou impuls als famosos models  $u + v$  de Rudin-Osher-Fatemi (introduïts per separar els contorns de la textura en les imatges). Les idees que Meyer ha introduït en aquest camp han estat desenvolupades per L. Rudin, S. Osher, L. Vese, A. Chambolle, J.-F. Aujol, etc.

Yves Meyer també llançarà alguns alumnes en direccions que ell mateix no seguirà. Aquest és el cas de la seva primera alumna A. Bonami, la tesi de la qual sobre el concepte de la hiper-

contractivitat ha estat el punt de partida d'una gran quantitat de treballs, tant en l'anàlisi com en física matemàtica.



Els tres conferenciants que acompanyaren Yves Meyer (Stéphane Mallat, Ingrid Daubechies i Emmanuel Candes) durant els actes de celebració

Característiques molt importants d'Yves Meyer són la seva passió per l'ensenyament i la seva immensa generositat, compartint les seves idees i intuïcions amb tothom amb qui es relaciona. Això sens dubte explica perquè ha estat un director de tesi tan prolífic (ha tingut fins ara més de cinquanta estudiants), i tan unànimament elogiats pels seus antics alumnes. No és possible citar tots els matemàtics que, des de prop o des de lluny, han gaudit del seu contacte. En aquest sentit, cal destacar l'emergència i consolidació de l'escola d'anàlisi harmònica a Madrid i a Espanya en general, una escola que Yves Meyer sempre ha ajudat de manera entusiasta. Els matemàtics espanyols consideren Meyer un dels seus fins al punt que el diari *El País* va anunciar que un matemàtic espanyol havia rebut el premi Abel! Més enllà de la profunditat de les moltes idees que ha introduït, Yves Meyer també és admirat per haver estat al centre d'una xarxa de científics provinents d'un ampli ventall de disciplines. La ciència és ara cada cop menys compartimentada, i s'obtenen grans avenços posant en contacte comunitats molt diferents que reflexionen, cadascuna des del seu punt de vista, en problemes similars. El gran èxit de les ondetes, de les quals Yves Meyer n'ha estat el motor principal, n'és un excel·lent exemple. De fet, Meyer va acabar una conferència, que va pronunciar a la Universitat d'Oslo l'endemà de la cerimònia del premi Abel, afirmant que la

vella jerarquia de les ciències d'Auguste Comte (amb les matemàtiques a dalt de tot) ha de ser reemplaçada per la idea d'una orquestra dins la qual les diferents disciplines toquen amb harmonia. Durant aquesta conferència, i responent a una pregunta sobre la manera com es pot afavorir la interdisciplinarietat, va indicar el que no s'ha de fer: les grans fusions en les quals somien alguns polítics francesos. En efecte, solament els departaments veïns i de mides raonables poden facilitar col·laboracions entre investigadors de disciplines diferents. La seva trajectòria també il·lustra un dels paradigmes més importants de la ciència actual: la frontera que alguns han volgut veure entre ciències bàsiques i ciències aplicades no existeix. Yves Meyer ha demostrat en moltes ocasions que idees profundes, rellevants en problemes matemàtics extremadament teòrics, poden ser la clau que obre la porta a aplicacions espectaculars (i viceversa), com ho demostra el títol provocador donat a una de les seves exposicions: «De la investigació petrolera a la geometria dels espais de Banach».

Els tres dies centrats en la cerimònia d'atorgament del premi Abel han estat per a Yves Meyer l'ocasió d'explicar la seva visió científica. Durant la seva joventut a Tunísia, se li conformà un esperit nòmada, el desig d'anar de problema en problema, i d'un lloc a l'altre, sense sentir-se mai arrelat a cap lloc determinat. Li agrada atacar amb les mans nues nous problemes, sense llegir abans la literatura existent, per no acabar en carrerons sense sortida. I no ha dubtat en criticar la recerca incremental d'aquells que es passen tota la seva vida treballant en el mateix problema.

Mantenint-se sempre allunyat de les capelletes i dels grups de pressió, Yves Meyer s'ha compromès amb la divulgació de la ciència i dels valors que hi són vinculats, com l'humanisme i la tolerància. En un moment en què la societat sembla apreciar únicament els valors materials, l'exemple que Yves Meyer dona és encara més notable.

**Per tenir més informació, podeu consultar una llista d'articles apareguts a *La Gazette* i disponibles al web de la SMF:**

- “Yves Meyer et la théorie des nombres” par Jean-Paul Allouche (nombre d'abril 2011)

- “Yves Meyer et l’opérateur de Cauchy” par Hervé Pajot (número d’abril 2011)
- “Sur la route des ondelettes” par Albert Cohen (número d’octubre 2011)
- “Des ondelettes pour détecter les ondes gravitationnelles” par E. Chassande-Mottin, S. Jaffard et Y. Meyer (número d’abril 2016)

**I per saber-ne encara molt més, la llista de llibres escrits per Yves Meyer:**

- Nombres de Pisot, nombres de Salem et analyse harmonique, Lecture Notes 117 (1969)
- Algebraic numbers and harmonic analysis, North Holland, New York (1972)
- Trois problèmes sur les sommes trigonométriques, Astérisque no. 1, Société mathématique de France (1972)
- Au-delà des opérateurs pseudo-différentiels, avec R. R. Coifman, Astérisque 57, Société mathématique de France (1978)
- Ondelettes et opérateurs, tomes 1, 2 et 3, Hermann (1990)
- Ondelettes et algorithmes concurrents, Hermann (1992)
- Wavelet methods for pointwise regularity and local oscillations of functions, avec Stéphane Jaffard, Memoirs of the AMS (Sept. 1996), Vol.123, no. 587
- Wavelets and operators, Vol. 1 et 2, Cambridge Univ. Press (1992, 1997)
- Wavelets and fast numerical algorithms, Handbook of Numerical Analysis, Techniques of Scientific Computing, Ed. P.G.Ciarlet & J.L.Lions, (1997), pp. 639-713
- Wavelets, paraproducts and Navier-Stokes equations, in Current Developments in Mathematics 1996, MIT-press (1997)
- Wavelets, Vibrations and Scalings, CRM Monograph Series, Vol 9, AMS (1998)
- Wavelets, Tools for Science & Technology, avec Stéphane Jaffard and Robert Ryan, SIAM (2001)
- Oscillating patterns in image processing and in some nonlinear evolution equations, (Lewis Memorial Lectures) AMS (2001)
- Oscillating Patterns in some Nonlinear Evolution Equations. Mathematical Foundation of Turbulent Viscous Flows, Lecture Notes in Mathematics 1871, Springer (2006)

**Nota sobre l'autor:** Stéphane Jaffard és professor de Matemàtiques a la Universitat Paris-Est Créteil. La seva recerca tracta aspectes tan teòrics com aplicats de l'anàlisi multifractal i de la descomposició en ondes. Va ser president de la SMF del 2007 al 2010.

## Dobles titulacions

Albert Avinyó  
Editor de la *SCM/Notícies*

Des de fa uns quants anys, el fenomen de les dobles titulacions s’ha anat estenent, com una taca d’oli, pel sistema universitari i, per tant, també ha arribat, amb les seves especificitats pròpies, als tres graus en Matemàtiques que s’ofereixen a Catalunya. En aquest article us volem presentar, des de perspectives diferents, les reflexions que fan els responsables d’aquests estudis.

## Grau en Física i grau en Matemàtiques (UAB)

**Wolfgang Pitsch**

Les matemàtiques beuen de fonts diverses. D’una banda, problemes interns com ara les qüestions sobre la naturalesa i les propietats dels nombres enters i, d’altra banda, qüestions que provenen d’altres disciplines com la física,

la biologia o les ciències humanes. La distinció entre aquests camps, intern i extern, és difícil i la frontera molt porosa. Sense que se sàpiga ben bé per què les eines que permeten, per exemple, entendre el comportament dels nombres primers també són utilitzades per resoldre problemes de física de partícules o per xifrar missatges. Aquesta «irraonable eficiència de les matemàtiques», com va afirmar el físic Eugene Wigner, és alhora testimoni de la profunditat d'aquesta disciplina i de la seva unitat. En aquest sentit, s'hauria de parlar més de «la Matemàtica» que no pas de les matemàtiques.

Sense cap mena de dubte, la matemàtica és una ciència imprescindible per entendre i dominar els nous avenços en ciències i tecnologia que hem viscut, en els darrers anys, en física, en biologia, en el camp de l'anàlisi de dades, en informàtica i les seves nombroses variants anomenades *noves tecnologies*. La matemàtica és també una disciplina sòlidament establerta i amb un passat ric.

Personatges tan il·lustres com Euclides, Arquímedes, Leibniz, Newton, Euler, Kowalewskaia, Noether o Poincaré han gaudit del plaer intel·lectual i estètic que procura la matemàtica en si i en les seves innumerables aplicacions. «La geometria és el coneixement del que sempre serà, i per tant, atreu l'ànima cap a la veritat», deia Plató, i Feynman afegia que «és impossible explicar el món, donar a conèixer la seva bellesa a qui no té un coneixement profund de les matemàtiques».

Tal com ja deixa entreveure la cita anterior del professor Feynman, al llarg de tota la seva història la matemàtica ha tingut la gran sort d'anar sempre al costat de la seva germana, la física. La confrontació amb la realitat i la complexitat de la física han alimentat i, tot sovint, han guiat la recerca en matemàtiques i, recíprocament, els avenços en matemàtiques han encaixat, de manera sorprenent, per promoure i expandir els coneixements sobre el nostre món que ens proporciona la física.

El doble grau en Física i Matemàtiques és la porta d'entrada que ofereix la UAB per endinsar-se en aquest món, entrada a l'entrenament en el rigor, la disciplina i el plaer de la matemàtica i la física, i passaport per a un lloc en el món actual. Al llarg dels cinc anys que duren els estudis del doble grau, oferim als nostres alumnes tant una formació en els

aspectes fonamentals de la matemàtica (lògica, estructures algebraïques, etcètera) com en els seus aspectes més aplicables, (càlcul numèric, programació). Tot això en paral·lel amb una formació en física, tant en el vessant més teòric (relativitat, física del sòlid, mecànica quàntica), com en el vessant més aplicat mitjançant les pràctiques de laboratori.

Aquest ampli ventall de coneixements s'adapta, doncs, a persones de temperament i gustos molt variats i els ofereix, en el moment d'entrar en el món laboral, les bases necessàries per prosperar en el camp de la seva elecció. Més informació a: <http://www.uab.cat/web/estudiar/llistat-de-graus/informacio-general/fisica-matematiques-1216708251447.html?param1=1216795185845>.

## **Grau en Estadística i grau en Sociologia (UAB)**

**Alejandra Cabaña**

Un dels trets característics de la societat actual és la gran quantitat d'informació generada per diferents mitjans. A més, el desenvolupament progressiu i continuat de les noves tecnologies de la informació i la comunicació (TIC) ha accelerat aquest fenomen de manera notable, i ha facilitat la producció de grans volums de dades. Per millorar el coneixement, la informació ha de ser recollida, sintetitzada i analitzada de forma correcta i integrada en models de presa de decisions. L'estudi de les tècniques específiques associades als processos que impliquen l'anàlisi de dades i les seves aplicacions a les diferents branques del coneixement és precisament l'objectiu dels professionals de l'estadística.

Ningú que tingui alguna idea del que està ocorrent al món a hores d'ara pot ignorar l'existència del terme *big data*. Buscant a Google *big data* quan escric això (octubre del 2017) es troben 72.500.000 entrades. El 2016 eren prop d'1,8 milions. Sigui com sigui com es defineixi, el punt del *big data* és la promesa de descobrir coses meravelloses amagades en aquestes dades, si hom aconseguís que les dades «parlessin».

Però no cal oblidar que «dades» i «informació» no són sinònims: és possible ser ric en dades però pobre en informació. Un error famós és el que va cometre el *Literary Digest*

a les eleccions dels Estats Units al 1936 entre Landon, republicà, i Roosevelt, demòcrata, que lluitava per la reelecció al final de la gran depressió. La revista, famosa per haver encertat els resultats electorals sistemàticament, va fer una enquesta a 10 milions de persones, de les quals van respondre 2,4 milions. D'acord amb aquestes respostes, van predir que guanyaria Landon amb un 57% dels vots. Però va guanyar Roosevelt amb un 62%. Per la seva banda, Gallup va encertar el resultat amb una mostra de només 50.000 enquestats. Què va passar? Que els enquestats per la revista es van extreure de la llista telefònica, tot un luxe al 1936! Almenys, des del punt de vista de la situació econòmica, la mostra era poc representativa de la societat nord-americana. Això en l'argot estadístic es coneix com a *selection bias*. Un altre problema va ser la quantitat d'enquestats que no van respondre. La gent que no respon a les enquestes és diferent en molts sentits de les que ho fan. En l'argot estadístic es produeix l'anomenat *non-response bias*.

En resum, la mateixa generació de les dades implica una visió o un altra de la realitat. És necessària la formació en sociologia per poder plantejar i posar en qüestió els implícits de les dades tant en el seu procés de creació com en el tractament de les mateixes dades. Els coneixements de la sociologia es fan imprescindibles per fer un disseny adequat de les enquestes, que ens permeti després arribar a conclusions rellevants des del punt de vista social, polític, econòmic i cultural.

La tria d'unes tècniques estadístiques o unes altres i l'anàlisi dels resultats són determinades per uns marcs teòrics que s'obtenen de la formació sociològica. Aquí rau l'interès per aquests estudis de doble grau. Més informació a: <http://www.uab.cat/web/estudiar/llistat-de-graus/informacio-general/estadistica-aplicada-sociologia-1216708251447.html?param1=1345667496103>

### **Itineraris dobles a la Facultat de Matemàtiques i Informàtica de la UB Josep Vives**

Actualment, la Facultat de Matemàtiques i Informàtica de la UB ofereix dos graus: el de Matemàtiques i el d'Enginyeria Informàtica, així com la possibilitat de cursar tres itine-

raris dobles planificats per cursar-los en cinc anys i mig: Matemàtiques i Física (MAT-FIS) des del 2009, Matemàtiques i Enginyeria Informàtica (MAT-INF) també des del 2009, i Matemàtiques i Administració i Direcció d'Empreses (MAT-ADE) des del 2010. Per a cadascun d'ells s'ofereixen 20 places a primer curs, tot i que n'acaben entrant alguns més a través de la preinscripció: entre 20 i 25.

Les notes de tall dels tres itineraris dobles són molt altes i, en general, més elevades que les dels graus respectius. Les d'aquest curs 2017–2018 han sigut 10,87 a MAT-ADE, 11,96 a MAT-INF i 13,12 a MAT-FIS. Els resultats en termes de rendiment i graduació són molt bons a MAT-FIS; prop de la mitjana dels graus respectius pel que fa a MAT-INF, i bons a MAT-ADE, malgrat que en aquest cas les taxes d'abandonament, és a dir, d'alumnes que deixen Matemàtiques i només continuen ADE, són encara força altes tot i que disminueixen any rere any. El doble grau MAT-ADE l'acaben menys de la meitat dels que entren, però amb molt bons resultats.

Globalment, els rendiments al grau en Matemàtiques han pujat molt. La taxa de rendiment per assignatura (nombre d'aprovat sobre matriculats) té una mitjana superior al 70% i ja és molt estrany que sigui inferior al 50%. Aquest any s'han graduat més de 90 alumnes i la taxa de graduació, sense tenir en compte els anys invertits, ha superat el 50%, xifra molt superior al que era tradicional a Matemàtiques fins fa uns anys.

La facultat, pel que fa a graus, viu un període d'èxit. Les aules són plenes i fins i tot tenim un seriós problema de manca d'espai; les taxes d'abandonament globals són molt baixes i les aules de tercer curs estan plenes com mai.

Molts alumnes brillants dels nostres batxillerats volen cursar una doble titulació que inclogui matemàtiques, especialment matemàtiques i física. Els alts nivells de demanda han fet que la nota de tall hagi pujat sostingudament els darrers anys.

D'altra banda, la principal sortida dels graduats en Matemàtiques ja és el món de l'empresa, molt per sobre de l'ensenyament secundari o el doctorat universitari. Les empreses busquen matemàtics i això es constata, per exemple, en l'evolució del nombre d'alumnes

que cursen l'assignatura optativa de Pràctiques en empresa. En cinc anys, s'ha multiplicat per més de deu: ha passat de dos el curs 2011–2012 a 21 el curs 2016–2017. I tot això s'esdevé en un context de canvi profund en la percepció social de les matemàtiques, de la seva importància i de la seva utilitat.

En resum, la implantació dels itineraris dobles ha tingut dos grans impactes en el que tradicionalment eren els estudis de matemàtiques. D'una banda, ha generat una millora espectacular dels rendiments de les assignatures i de la taxa de graduació. El grau en Matemàtiques ja no és aquella carrera extremament difícil, una mica excèntrica, que acabaven menys del 20% dels que entraven. I, de l'altra, ha contribuït al canvi radical que s'ha produït en la percepció social de les matemàtiques. El grau en Matemàtiques tampoc no és aquella carrera que tenia com a sortida l'ensenyament secundari amb l'excepció dels que es quedaven a la universitat. Certament, aquest canvi va començar fa temps, amb l'aparició de la sortida professional de la informàtica, fa uns trenta anys; amb la descoberta dels matemàtics per part del nostre sistema financer, fa uns vint anys; amb l'auge posterior de l'estadística sobretot en el camp biomèdic, i amb l'actual explosió social del *big data*. Durant els darrers anys, aquests canvis han anat acompanyats de la implantació dels dobles graus i de la publicitat de les seves notes de tall. Sens dubte, aquests dos fets han contribuït a l'èxit social de les matemàtiques.

Més informació a: <https://mat.ub.edu/estudis/>.

## Els dobles graus a l'FME dins del CFIS Miguel Ángel Barja

L'any 1999 va començar a la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC la doble titulació en Matemàtiques i Enginyeria de Telecomunicacions. L'èxit d'aquest programa va permetre estendre l'experiència a la creació l'any 2003 del Centre de Formació Interdisciplinària Superior (CFIS), de la UPC, des d'on s'ofereix la possibilitat de cursar dobles graus a triar entre una oferta tancada. Aquesta oferta a hores d'ara és de 22 dobles graus i permet en particular cursar el grau en Matemàtiques en combinació amb els de Ciència i Enginyeria

de Dades, Informàtica, i l'Enginyeria Física, de Telecomunicacions, Industrial, Civil i Aeroespacial.

El CFIS admet cada any quaranta estudiants els quals, a part d'obtenir notes d'accés a la universitat molt elevades, han de superar un exigent examen d'accés entre els més de 250 candidats que s'hi presenten. Aproximadament el 30% dels nostres estudiants són de fora de Catalunya, de manera que és una oferta de captació de talent extern que d'una altra manera seria molt difícil que arribés a les nostres universitats. Els estudiants seleccionats poden triar la seva doble titulació; aproximadament el 80% trien Matemàtiques com un dels dos graus a seguir, i és la doble titulació en Matemàtiques i Enginyeria Física la més demandada, en consonància amb l'alta demanda d'aquesta combinació en altres universitats del nostre entorn i de la resta de l'Estat. La doble titulació triada l'han de finalitzar en quatre anys i mig i el percentatge d'èxit és del 95%. El perfil d'aquests estudiants és el d'alumnes amb capacitat, interès i motivació per poder seguir estudis interdisciplinaris d'alt rendiment, en un ambient que fomenta la col·laboració i el seguiment individualitzat.

Gràcies al mecenatge de la Fundació Privada Cellex i la Fundació Obra Social la Caixa, entre altres patrocinadors, durant el doble grau, els estudiants del CFIS es beneficien d'un programa de beques de residència i de matrícula, de beques d'ampliació d'estudis a l'estiu, cursos específics complementaris, formació en empenedoria i una àmplia oferta de pràctiques d'estiu a empreses i instituts de recerca. Cal destacar que aquests estudiants disposen d'un programa de mobilitat internacional que els subvenciona una estada de sis mesos a centres de recerca de primera línia mundial, la majoria als Estats Units, dins d'una oferta pròpia en laboratoris i departaments, com ara el MIT, Harvard, Princeton, Cornell, Courant, Berkeley, Stanford, Toronto, École Polytechnique, NASA, IBM, Google DeepMind, etcètera.

Els estudis del grau en Matemàtiques a l'FME tenen una nota d'accés molt elevada (el curs 2017–18 la nota de tall ha estat 12,380), la qual cosa fa que la integració d'estudiants d'alt perfil acadèmic seguint una doble titulació al CFIS (aproximadament un 40% dels estudiants



de l'FME) es dugui a terme de manera natural, dins d'un grau d'un alt nivell d'exigència. Aquesta integració natural també ha contribuït que la sortida professional dels titulats de l'FME hagi estat tradicionalment molt orientada al món de la recerca i de l'empresa, aquesta última magnificada fa ben poc pel reconeixement social de les matemàtiques i per l'explosió d'ofertes relacionades amb el món tecnològic associat a *big data*, *data science*, *machine learning*, etcètera. És molt remarkable, també, la rellevància que ha adquirit l'emprenedoria en les sortides dels nostres titulats, ja que en els últims anys s'han

creat diverses empreses amb la participació d'aquests alumnes.

Amb la perspectiva de quinze promocions de dobles titulacions de graduats en matemàtiques, física i enginyeries, podem preveure un panorama de titulats en formació o ben establerts com a acadèmics a les universitats espanyoles, europees i americanes, i amb posicions d'alta responsabilitat en empreses tecnològiques d'alt perfil matemàtic. No podem fer altra cosa que valorar molt positivament l'encert d'aquesta experiència que va començar fa gairebé vint anys. Més informació a: <http://fme.upc.edu/ca> i <http://cfis.upc.edu/ca>.

## Beques de batxillerat CiMs+Cellex

Pere Pascual

Universitat Politècnica de Catalunya

Des del curs 2012–2013 la Fundació Privada Cellex, d'acord amb el Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, ofereix el programa de beques de batxillerat CiMs-Cellex. L'objectiu del programa és donar suport a les vocacions i el talent científic dels joves preuniversitaris.

Les beques del programa CiMs-Cellex estan dirigides a joves estudiants amb capacitat i motivació en l'àmbit de les ciències bàsiques (Ci) i les matemàtiques (Ms) perquè estudiïn els dos cursos del batxillerat internacional (BI) en la modalitat de ciències i tecnologia, a més de cursar el batxillerat LOE. El programa es desenvolupa en col·laboració amb dos centres educatius de Catalunya de reconegut prestigi, l'Aula Escola Europea (Barcelona) i l'Institut Jaume Vicens Vives (Girona), que acullen els estudiants becats. El BI és un programa de batxillerat exigent, reconegut per les universitats més prestigioses d'arreu del món (vegeu <http://www.ibo.org/es/>). Tres de les matèries que s'estudien s'han de cursar a nivell superior, amb més amplitud i aprofundiment que la resta de les matèries, i determinen la modalitat del BI escollida. L'Institut Jaume Vicens Vives i l'Aula Escola Europea són dos centres catalans que ofereixen les matèries de Matemàtiques i Física a nivell superior, modalitat molt exigent i de les objectivament més difícils del programa del diploma del batxillerat internacional.

Des de la primera convocatòria de les beques CiMs-Cellex l'any 2012, quatre promocions han completat els dos anys del programa i dues més l'estan cursant actualment. Cada any, el programa ofereix 24 beques (12+12). Aquestes beques cobreixen totes les despeses ordinàries del curs als centres de destí i, si és necessari, cobreixen també la residència per desplaçament.



Un fet distintiu de programa és que les beques cobreixen una estada d'estiu d'iniciació a la recerca, que es desenvolupa l'estiu entre primer i segon de batxillerat. Aquesta estada es fa en un dels centres de recerca col·laboradors amb el programa, tant nacionals com internacionals. Alguns dels centres col·laboradors són, per exemple: l'École Polytechnique de Lausane, l'Institut de Ciències Fotòniques, l'Institut de

Nanotecnologia de Catalunya, l'Institut Astrofísic de Canaries, la Molecular and Theoretical Biology School (Rússia), el Research Science Institute MIT (EUA), la School of Science (Croàcia), el Technion Institute (Israel), l'X-Lab (Alemanya) o el Weizmann International Summer Science Institute (Israel).

Els estudiants de les quatre primeres promocions estan cursant estudis universitaris, la major part d'ells en universitats catalanes, tot i que uns pocs han optat per estudiar a l'estranger, majoritàriament als EUA. Aproximadament el 90% dels estudiants estan cursant un grau en Física o en Matemàtiques, bona part

dels quals en forma de doble titulació o combinant un d'aquests graus amb una enginyeria. El 10% restant ha optat per altres titulacions científicotècniques, com ara Química, Biologia, Medicina o alguna enginyeria. Aquestes dades confirmen les expectatives dipositades en aquests estudiants pel programa CiMs-Cellex. Cal tenir present, però, que encara estan completant la seva etapa de formació; serà més endavant, quan acabin l'etapa de formació i alguns d'ells s'incorporin als centres d'investigació i les universitats, que podrem fer una valoració més acurada i objectiva del programa de beques CiMs-Cellex.

## 2018: l'Any de la Biologia Matemàtica

Àngel Calsina i Sílvia Cuadrado  
Universitat Autònoma de Barcelona

### Història

L'any vinent se celebra l'Any de la Biologia Matemàtica. Al final d'aquest article trobareu informació d'aquest esdeveniment però abans aprofitarem l'avinentesa per parlar breument de la història d'aquesta disciplina científica així com per fer un breu recull de la recerca que es fa a Catalunya en aquest tema.

La biologia matemàtica ocupa la frontera entre la biologia i les matemàtiques i el seu objectiu consisteix a proporcionar eines teòriques, i especialment mètodes matemàtics, per explicar fenòmens de la biologia i per incidir positivament en la comprensió, la predicció i de vegades el control dels sistemes de les ciències de la vida. A la vegada, i com passa òbviament amb la física, sovint els intents de comprensió dels processos biològics són font de problemes matemàtics i obliguen a la creació de nous desenvolupaments.

Certament, la definició del paràgraf precedent només és acceptable si hom primer accepta que la biologia i les matemàtiques tenen un lloc on trobar-se i no són en absolut dues disciplines científiques tan allunyades com de vegades es pensa; la segona s'ocupa de conceptes abstractes i deriva resultats només de la lògica pura i la primera, el paradigma de la ciència experimental i, a més, estudia sistemes tan complexos que resulta quimèric

intentar reduir-los a lleis simples i elaboracions matemàtiques.

Però de fet una breu mirada a la història ens demostra que sí hi ha hagut contacte, no només recent, i a més, d'allò més fructífer, entre totes dues. No és sorprenent que els aspectes quantitius de les ciències de la vida hagin estat els primers, i segurament durant molt de temps els únics, que han estat objecte d'intents de matematització, de vegades molt reeixits.

La dinàmica de poblacions (i la demografia) ens n'ofereix exemples nombrosos, començant pel treball de Leonardo de Pisa, més conegut com a Fibonacci, en la seva obra *Liber Abaci* (1202), seguit, molt de temps més tard, pel de Leonhard Euler, que el 1760 va publicar un article que en versió francesa es titula «Recherches générales sur la mortalité et la multiplication du genre humain», per l'article de Thomas Malthus «An Essay on the Principle of Population» (1798), que tanta influència tindria en les teories econòmiques del segle XIX, però també en la gènesi de la idea de la selecció natural, i pel treball de Pierre-François Verhulst *Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement* (1838), que es pot considerar el naixement, certament *avant la lettre*, de la moderna ecologia matemàtica i l'obra en la qual s'inspiren els treballs de la ja més madura dinàmica de poblacions de principi del segle XX.

Sense possibilitat d'estendre'ns massa, esmentem d'aquesta l'obra d'Alfred Lotka *Elements of Physical Biology* (1925), significativament titulada *Elements of Mathematical Biology* en l'edició del 1956, i la de Vito Volterra *Variazioni e fluttuazioni del numero d'individui in specie animali conviventi* (1926). Totes dues expliquen les fluctuacions de les poblacions de preses i depredadors en ecosistemes, l'article d'Anderson McKendrick «Applications of mathematics to medical problems» (1926), on apareix la primera equació en derivades parcials de la dinàmica de poblacions estructurades, i una sèrie d'articles del mateix McKendrick i W. Kermak, entre 1927 i 1933, sobre epidemiologia, en la qual es funda la teoria dels cèlebres models SIS, SIR i SIRS.

Paral·lelament, a principis del segle XX trobem els primers estudis on aspectes no poblacionals, i fins i tot no estrictament quantitius, de la biologia són abordats amb eines de física i matemàtiques. A més, aquestes últimes ja no són només, com han estat fins llavors, equacions diferencials (o en diferències) o mètodes probabilístics. Una obra absolutament pionera i molt influent en el seu moment és el llibre de D'Arcy Thompson *Growth and Form* (1917), en el qual per primera vegada s'aborden els aspectes geomètrics de la biologia del desenvolupament i l'evolució. També el llibre ja esmentat d'Alfred Lotka és revolucionari puix que prova d'aplicar lleis de la termodinàmica als ecosistemes i a l'evolució (i potser és un antic i important precedent de l'escola d'ecologia de Barcelona de Ramon Margalef) i fins i tot inaugura (segurament) els intents d'aplicació de les lleis naturals a la comprensió del sistema nerviós i la consciència. No gaire més tard Nicolas Rashevsky publica *Mathematical Biophysics* (1938), on intenta explicar la divisió cel·lular mitjançant mecanismes físics relativament simples, atiant la polèmica amb els biòlegs experimentals que ja tenien eines d'observació molt precises i que anaven desvelant l'extraordinària complexitat dels sistemes i dels processos biològics. Més o menys simultàniament, Ronald Fisher, Karl Pearson i John Haldane, entre d'altres, creen eines estadístiques que permetran integrar la genètica iniciada per Mendel amb la selecció natural de Charles Darwin i Alfred Wallace en la teoria sintètica de l'evolució.

No és possible aquí ni tan sols fer un resum de l'extraordinari desenvolupament de la biologia matemàtica a partir de la meitat del segle XX. Esmentem com a inicis d'aquesta explosió el treball d'Alan Turing *The Chemical Basis of Morphogenesis* (1952), que dona el mecanisme matemàtic pel qual es trenca un substrat homogeni i es formen patrons, i el d'Alan Hodgkin i Andrew Huxley, del mateix any, que inauguren la neurociència matemàtica. I diguem de la recerca en biologia matemàtica actual que impregna una gran quantitat de tòpics sense mirar de ser exhaustius, en genètica, ecologia, epidemiologia, biologia de sistemes, evolució, biologia cel·lular, biologia del desenvolupament, biomecànica, neurociència i, per descomptat, biomedicina, en la qual la matemàtica és imprescindible en el processament d'imatges, la diagnòsi automàtica, però també en la teràpia del càncer, de les malalties del sistema immune o de moltes malalties cròniques. I esmentem també que les eines matemàtiques que s'empren segueixen sent les tradicionals, com les equacions diferencials i en derivades parcials i els processos estocàstics però també, entre d'altres, els sistemes dinàmics, l'anàlisi del senyal, la teoria de matrius positives, la teoria de grafs, la computació numèrica, la simulació individual de grans poblacions, i fins i tot la topologia i la geometria algebraica.



La pell del lleopard (*Panthera pardus*), un bonic exemple de morfogènesi de Turing

## Recerca a Catalunya

Havent, doncs, renunciat a esbossar un panorama global de l'estat de l'art de la biologia matemàtica, ens dedicarem a continuació a tractar de dibuixar, amb traç gruixut però esperem que no excessivament equivocat, quina és la

recerca que en aquest camp s'està duent a terme a Catalunya. Demanem d'entrada disculpes si oblidem algun grup o si, per contra, n'inclouem algun que no voldria estar-hi i també advertim que hem decidit no parlar de l'extensa recerca catalana en bioestadística i en bioinformàtica, ja que creiem haurien de ser objecte d'altres articles i per a l'elaboració dels quals no ens sentim qualificats.

La recerca en biomatemàtica del grup EDMA (equacions diferencials, modelització i aplicacions) de la Universitat de Girona té com a principals línies de treball l'estudi de la propagació d'epidèmies en xarxes complexes, i la dinàmica de poblacions estructurades per variables internes com poden ser l'edat, la mida o qualsevol altra característica fisiològica que determini l'estat dels seus individus. La modelització d'aquests processos es fa utilitzant tant equacions diferencials ordinàries com, per als models més sofisticats, equacions en derivades parcials (equacions de transport i equacions de reacció-difusió). Complementant aquesta formulació determinista, la simulació estocàstica és una altra de les eines principals emprades per alguns membres del grup per estudiar models de propagació d'epidèmies.

La recerca del grup d'epidemiologia matemàtica del CRM segueix diferents direccions. D'una banda, l'anàlisi de models de dinàmica viral, de resposta immunitària i de propagació d'infecció. Estan principalment interessats en models amb retards finits o distribuïts, models amb equacions en derivades parcials i models amb pertorbacions singulars o estocàstiques. D'altra banda, també estan interessats en l'aplicació de la teoria de control òptim al problema del control biològic o biomèdic. Exemples d'aquests problemes, molt comuns en biologia, són la vacunació òptima, el control de la propagació d'una infecció, teràpies anticàncer i antivirals o control de pesticides. La línia més important en la recerca d'aquest grup és la modelització matemàtica de l'evolució biològica. En particular, el grup està interessat en la modelització de l'evolució viral i del càncer. Treballen amb biòlegs i microbiòlegs així com amb diferents científics en altres disciplines.

El grup d'equacions en derivades parcials i aplicacions de la UAB treballa en problemes de dinàmica de poblacions i d'evolució biològica. Més concretament, estudia els problemes de

valor inicial, d'equilibri i de comportament asimptòtic de models de dinàmica de poblacions estructurades, mutació i selecció i d'interacció entre poblacions de bacteris i els seus bacteriòfags. Les eines matemàtiques que s'utilitzen són la teoria qualitativa d'equacions en derivades parcials, la teoria de semigrups, les equacions diferencials amb retard i les equacions de Volterra.

La recerca del grup de biologia matemàtica i Computacional del CRM se centra en les línies següents: modelització multiescala del creixement de tumors i de l'angiogènesi tumoral, la dinàmica evolutiva de poblacions amb estructura complexa, la modelització matemàtica del cicle cel·lular, la modelització estocàstica de receptors tirosina-cinasa i l'estudi dels tumors latents.

El grup de sistemes complexos de la Universitat de Girona ha fet recerca sobre diversos temes de biologia matemàtica, incloent infeccions de virus, tumors i evolució lingüística, però actualment centra la seva recerca en la propagació del neolític, és a dir, del pas de la cacera i la recol·lecció a l'agricultura. Per això, es fan servir models matemàtics de difusió de poblacions i transmissió cultural i es compara amb dades arqueològiques i genètiques.

El grup de recerca en processos estocàstics en ecologia i evolució està format per investigadors del Departament de Física de la UAB i el Centre d'Estudis Avançats de Blanes. Els principals objectius del grup són l'estudi del moviment animal i les conseqüències que té en el comportament territorial, les estratègies de cerca, la dinàmica d'invasions biològiques i l'extinció de poblacions a causa de fluctuacions demogràfiques i ambientals. Per això fan servir descripcions individuals, basades en equacions diferencials estocàstiques, i descripcions mesoscòpiques per al moviment aleatori i processos de reproducció que es construeixen d'acord amb equacions de balanç per als propagadors. Les magnituds observables com el desplaçament quadràtic mitjà, el temps de cerca, etcètera, permeten descriure un gran ventall de comportaments animals observats i que necessiten una modelització que permeti esbrinar-ne els orígens.

Al laboratori de sistemes complexos de la UPF analitzen els orígens evolutius dels

sistemes complexos, utilitzant tant models matemàtics com eines experimentals basades en biologia sintètica. També estudien la dinàmica evolutiva inestable, és a dir, la dinàmica de sistemes biològics com ara els virus RNA i el càncer, que exhibeixen una tendència a la inestabilitat genètica alta com a part del seu potencial adaptatiu.

L'objectiu central del grup Algebraic Phylogenetics de la UPC és desenvolupar tècniques algebraiques que siguin útils per a la biologia computacional. La base d'aquesta recerca són els models estadístics àmpliament usats en biologia que es poden veure com a varietats algebraiques. En els darrers anys s'ha centrat a desenvolupar eines algebraiques per a la reconstrucció filogenètica, l'estudi i la selecció de models evolutius, però les aplicacions de les tècniques emprades no es limiten a aquests casos i inclouen, per exemple, problemes d'aprenentatge automàtic. Així mateix, la recerca d'aquest grup involucra diferents disciplines matemàtiques com són la geometria algebraica, l'àlgebra commutativa i numèrica, la teoria de representacions, els grups i àlgebres de Lie, la computació i l'estadística algebraica.

Al grup de dinàmica d'interfases en nanotecnologia, fluídica i biofísica de la UB fan servir models matemàtics basats en equacions diferencials d'interfase difusa per estudiar les formes de sistemes biològics com les membranes de glòbuls vermells i bacteris. Caracteritzen les propietats elàstiques d'aquests sistemes per determinar paràmetres com la rigidesa que poden ser utilitzats en el diagnòstic de malalties que afecten la rigidesa de les membranes, com alguns tipus d'anèmies d'origen genètic i la leucèmia. En aquest moment estan aplicant les seves tècniques a l'estudi de la malària.

El grup en *mechanics of soft and living interfaces* de la UPC (<http://www.lacan.upc.edu/MechSoftLivInt>) desenvolupa models matemàtics i tècniques computacionals per entendre la mecanobiologia de cèl·lules i teixits. Aquests models tracten de descriure sistemes vius combinant l'activitat biològica amb fenòmens elàstics, hidrodinàmics i químics, i sovint es basen en equacions en derivades parcials. El seu objectiu és contribuir a entendre processos biològics fonamentals i la seva implicació en malalties. Per exem-

ple, al projecte Mechano-Control (<http://mechanocontrol.eu>), dins del programa FET-Proactive del programa H2020, col·laboren amb físics, químics i biòlegs per desenvolupar noves tecnologies per controlar la progressió de tumors mamaris.



Adsorció, replicació i lisi de bacteriòfags. Protesta estudiantil pels acords de Bolonya a la UAB

Finalment, destaquem que la recerca en modelització i simulació de l'activitat del sistema nerviós ha experimentat un creixement desorbitat en les darreres tres o quatre dècades, amb uns lligams molt sòlids amb la part clínica i experimental. El terme *neurociència computacional* s'ha assentat com un descriptor d'aquesta àrea de recerca. En aquest panorama, Catalunya s'ha convertit en un node important, amb grups de recerca al CRM, l'IDIBAPS, la UPC i la UPF, que es visualitza anualment al congrés Barcelona Computational, Cognitive and Systems Neuroscience (BARCCSYN). Part d'aquesta comunitat, a més, para especial esment a identificar els reptes matemàtics que es desprenen dels models de la neurociència, hi aplica nous avenços en matemàtica teòrica i es preocupa de fer una anàlisi matemàtica més rigorosa quan les circumstàncies ho permeten. Els sistemes dinàmics, els processos estocàstics, la teoria de grafs i, recentment, la topologia algebraica, s'empren amb la intenció d'identificar invariants, desenvolupar nous mètodes d'anàlisi i descriure mecanismes bàsics de la neurodinàmica. Aquest enfocament més vinculat a la matemàtica es va consolidant a escala internacional amb el terme *neurociència matemàtica*; en el nostre entorn, els grups de recerca del CRM (<http://www.crm.cat/en/Research/ResearchGroups/>

Neuroscience/Pages/default.aspx) i la UPC (<https://mat-web.upc.edu/people/antoni.guillamon/Team/MathNeuroAtUPC.html>) s'ocupen d'atacar qüestions rellevants com ara la determinació de la connectivitat a diferents escales, els processos de memòria (formació d'atractors i configuració de xarxes), l'estudi de la sincronització en poblacions de neurones o els mecanismes de percepció (que vinculen biologia amb ciències del comportament) des d'una perspectiva més genuïnament matemàtica.

### Societats i revistes especialitzades

Arreu del món hi ha diferents societats de biologia matemàtica que es dediquen a promoure aquesta disciplina organitzant conferències i cursos, així com creant premis i gestionant revistes científiques. La més antiga és la Society for Mathematical Biology, que va ser creada l'any 1973 per tres estudiants de Nicholas Rashevsky. Aquesta societat, a més de diferents premis i borses de viatge, organitza una trobada anual i edita el *Bulletin of Mathematical Biology*. Tot i que té membres de molts països diferents, és una societat principalment americana. En l'àmbit europeu, l'any 1991, durant la primera European Conference on Mathematics Applied to Biology and Medicine a l'Alpe d'Huez (França), es va fundar la European Society for Mathematical and Theoretical Biology (ESMTB). Aquesta societat organitza les European Conferences on Mathematical and Theoretical Biology (ECMTB), que són les conferències científiques més importants en biologia matemàtica a Europa on participen, no només investigadors europeus sinó també investigadors d'arreu del món. Altres societats en aquesta disciplina són: Japanese Society for Mathematical Biology, Korean Society for Mathematical Biology, Chinese Society for Mathematical Biology, Indian Society for Mathematical Biology i la Sociedad Latinoamericana de Biología Matemática.

A més del *Bulletin of Mathematical Biology* esmentat abans, altres revistes especialitzades en aquest camp són: *Journal of Mathematical Biology*, *Journal of Theoretical Biology*, *Mathematical Biosciences*, *Theoretical Population Biology*, *Mathematical Biosciences and Engineering* i *Mathematical Medicine and Biology*.

Cal afegir que també hi ha molts treballs en aquest tema publicats en revistes generalistes de matemàtica aplicada i de física aplicada.



Logotip oficial de l'Any de la Biologia Matemàtica

### Any de la Biologia Matemàtica

Any de la Biologia Matemàtica, que celebrarem el proper 2018, és una iniciativa conjunta de l'European Mathematical Society (EMS) i l'ESMTB. Té com a objectiu celebrar el gran creixement de la biologia matemàtica en els últims anys i estimular la interacció futura entre les matemàtiques i les ciències de la vida. Les activitats programades començaran el desembre del 2017 amb el Simmons Semester on Mathematical Biology al Banach Center de Varsòvia, tot i que el tret de sortida oficial serà el *cap de setmana matemàtic* del 4-5 de gener coorganitzat a Joensuu (Finlàndia) per la Societat Matemàtica Finesa, l'EMS i l'ESMTB. Hi haurà dos programes intensius de recerca més: un de l'abril al juny al Centre de Recerca Matemàtica (Barcelona) i un altre de setembre a desembre a l'Institut Mittag-Leffler (Suècia). Els tres programes de recerca inclouen diferents activitats científiques. També formen part de les activitats programades per a l'Any de la Biologia Matemàtica la Summer School on Mathematical Ecology and Evolution que tindrà lloc a l'agost a Hèlsinki (Finlàndia) i les conferències: Ninth Workshop Dynamical Systems Applied to Biology and Natural Sciences al febrer a Torí (Itàlia), Mathematical Perspectives in the Biology and Therapeutics

of Cancer i CEMRACS 2018, Numerical and Mathematical Modeling for Biological and Medical Applications: Deterministic, Probabilistic and Statistical Descriptions, totes dues al juliol a França, i Differential Equations Arising from Organising Principles in Biology, al setembre a Oberwolfach (Alemanya). També s'han organitzat diverses activitats de més curta durada arreu d'Europa i des de l'ESMTB i l'EMS s'encoratja les universitats a organitzar activitats diverses, no només en forma de conferències

científiques, per commemorar aquest any. L'esdeveniment principal de l'Any de la Biologia Matemàtica, però serà la 11th European Conference on Mathematical and Theoretical Biology (ECMTB 2018), que tindrà lloc a Lisboa (Portugal) del 23 al 27 de juliol. Aquest any, per primer cop, aquesta serà una conferència conjunta de l'ESMTB i l'EMS coorganitzada per la Societat Matemàtica Portuguesa.

Tota la informació sobre activitats i esdeveniments es pot consultar a:

<https://www.esmtb.org/news/141-year-of-mathematical-biology-2018> i  
<http://euro-math-soc.eu/year-mathematical-biology-2018>.

## Maryam Mirzakhani, una llum que mai no s'apagarà

Eva Miranda i Miguel Carlos Muñoz  
Universitat Politècnica de Catalunya

El dissabte dia 15 de juliol ens vam assabentar que Maryam Mirzakhani havia estat vençuda als 40 anys pel càncer que patia. El mateix dia Firouz Naderi, científic espacial iranià i un dels seus amics més propers, va escriure a Instagram: «Una llum s'ha apagat avui. El meu cor es trenca... Se n'ha anat lluny massa aviat. Era un geni? Sí, però també una filla, una mare i una esposa». Les seves paraules són avui les nostres paraules. La seva llum se n'ha anat, però sabem que no s'apaga.

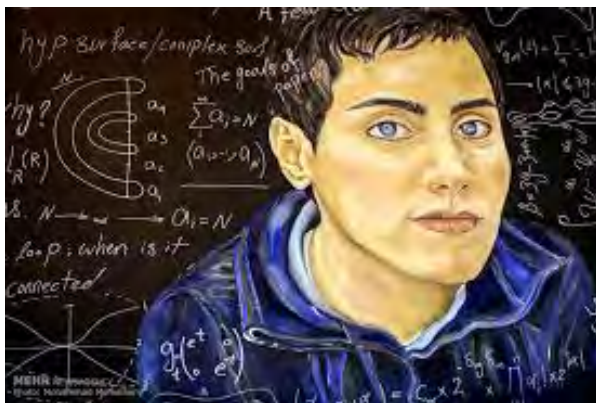
Molts de nosaltres vam sentir parlar de Maryam Mirzakhani per primera vegada l'agost del 2014, en què va saltar a la fama per convertir-se en la primera dona, i l'única fins ara, que aconseguia una medalla Fields. Uns mesos abans, uns col·legues parisencs apostaven que seria una francesa la primera dona que ho aconseguiria. Finalment, una dona la va guanyar en aquesta ocasió, una iraniana establerta als Estats Units, Maryam Mirzakhani.

El seu nom apareix associat a enormes fulls de paper en què dibuixava superfícies amb nanses i les envoltava de fórmules i més fórmules. No gaire lluny d'ella, la seva filla Anahita, sempre al seu costat en aquesta aventura final, descrivia aquests papers com les pintures de la mare. Les fórmules les embolicaven a elles, i a tots nosaltres, i ens transportaven a un nou món amb les seves pròpies regles, el

dels problemes de classificació en superfícies de Riemann, en geometria hiperbòlica i l'estudi dels billars hiperbòlics. Un món fascinant que ella protagonitzava i desenvolupava. Maryam es va especialitzar en problemes de geometria sobre superfícies i espais de moduli, pensava en les superfícies com un model per entendre dimensions superiors, i també es va interessar per problemes de sistemes dinàmics en aquestes superfícies.

Els treballs de Maryam Mirzakhani tracen connexions profundes entre la topologia, la geometria i els sistemes dinàmics. També va trobar fascinants relacions amb alguns problemes de la física teòrica. Els seus primers treballs se centren en l'estudi de geodèsiques tancades en una superfície hiperbòlica. Mirzakhani va demostrar que el creixement de geodèsiques de longitud  $L$  és d'ordre  $L^{(6g-6)}$ , i  $g$  el gènere de la superfície; i també va estudiar el seu límit quan  $L$  tendeix a infinit. Aquest estudi considera la variació de l'estructura geomètrica de la superfície i analitza el que passa en l'espai de moduli. Una conseqüència inesperada d'aquest resultat és la demostració d'una conjectura d'Edward Witten, medalla Fields i expert en teoria de cordes. Un treball recent de Mirzakhani amb Eskin reprèn els resultats de rigidesa de Maria Ratner, també morta recentment, per a espais homogenis en el context no homogeni dels espais de moduli.

Maryam era el somni americà fet realitat. Nascuda el 1977 a Teheran, des de petita havia estat una apassionada lectora de llibres i desitjava amb il·lució ser escriptora. El seu germà gran li explicava temes matemàtics que ell aprenia i això li va fer veure com d'atractives i interessants li resultaven i va arribar a confiar que ella podria resoldre aquests problemes. Maryam va estudiar amb la seva amiga Roya Beheshti, ara professora titular a la Washington University a Saint Louis, i juntes van aconseguir representar l'Iran a les Olimpíades Matemàtiques. Va guanyar dues vegades successives, els anys 1994 i 1995, l'Olimpíada Internacional de Matemàtiques. Va estudiar a Teheran, a la Universitat Sharif, i va marxar després als Estats Units a fer el doctorat a Harvard, sota la supervisió d'un altre medalla Fields, Curtis McMullen, on va defensar una tesi titulada «Simple Geodesics on Hyperbolic Surfaces and Volume of the moduli Space of Curves» el 2004. Curtis McMullen defineix Maryam Mirzakhani com extremament imaginativa i original. Segons els seus col·legues més propers, quan atacava un problema ho feia sense por, amb ambició i determinació. I eren problemes que molts altres no s'atreuen a tractar. Mai no triava el camí més fàcil.



Després de la seva tesi, es va traslladar a Princeton com a professora assistent, i definitivament a Stanford, on va ser catedràtica. El 2017 ens va donar una nova lliçó en entrar a l'Acadèmia de les Arts i les Ciències dels Estats Units, a la qual només pertanyen 11 professors de Stanford, una universitat amb més de dos mil professors. El 7 d'octubre de 2017 estava prevista la cerimònia de recepció.

Maryam apareixia senzilla davant dels mitjans. Sovint deia que «la bellesa de les matemàtiques només es mostra als seguidors més pacients» i ens animava a perseverar en l'estudi de les matemàtiques, sobretot als joves. Acceptava reconeixements només amb la idea que això motivés altres persones a seguir el seu camí de treball i dedicació a aquest estudi, tal com reconeix el president de Stanford.

Maryam Mirzakhani revoluciona el seu país d'origen fins i tot després de la seva mort, tal com ja ho va fer en preparar les Olimpíades Matemàtiques amb la seva amiga Roya. Per donar la notícia de la seva mort i de la seva fama, s'ha permès que els diaris oficials trenquin el tabú de només presentar les dones amb hijab i s'ha presentat una proposta de llei per reconèixer els fills que les dones iranianes tinguin amb estrangers. Recentment, la Universitat de Stanford ha obert una beca de doctorat amb el nom de Maryam Mirzakhani, iniciativa que ha estat possible gràcies al suport de Rouzbeh Yassini-Fard i Anousheh Ansari, dos enginyers americans d'origen iranià.



La Fundació d'Educació Persa també ha creat una beca amb el seu nom per fer estudis de màster i doctorat en matemàtiques a l'University College of London i dirigida a dones de qualsevol país que sàpiguen parlar persa.

Acabem aquest obituari amb una altra cita d'un poeta persa també matemàtic, Omar Khayyam, pensant en la frase de Firouz Naderi.

«Llums que s'apaguen, esperances que s'encenen: l'aurora.

Llums que s'encenen, esperances que s'apaguen: la nit.»



Descansa en pau, Maryam Mirzakhani, i segueix il·luminant amb aquesta llum que no s'apaga. Has ensenyat a volar alt i a somiar amb força a totes les dones matemàtiques del planeta independentment del seu origen. T'has convertit en un símbol per a totes les persones, homes i dones. Agafarem la teva torxa i seguirem el relleu.

## La prova Cangur, fàcil o difícil?

Daniel Bosch i Antoni Gomà  
Comissió Cangur de la SCM

Ens vam plantejar escriure aquest article mentre elaboràvem les estadístiques de la prova Cangur 2017, per a una publicació que es va repartir a les noies i els nois amb menció honorífica i que ara ja està publicada al web, en aquest enllaç: <http://www.cangur.rog/cangur/cang2017/>. Vam observar que alguns dels recomptes que ens mostren quin percentatge dels participants han resolt bé, malament, o no han contestat un determinat problema, no encaixen en les previsions que s'havien fet del grau de dificultat. No en farem un estudi exhaustiu però ens ha semblat interessant comentar la tasca d'elaboració dels enunciats, mostrar-ne alguns exemples significatius i aportar algunes reflexions.

La prova Cangur es convoca en el marc de l'activitat de l'associació internacional Kangourou sans Frontières (AKSF) i el procés de selecció dels problemes n'és una de les tasques anuals fonamentals. Durant l'estiu, tan bon punt acaba la cloenda de l'activitat de l'any anterior, les societats organitzadores dels diferents països, entre elles la SCM amb representació pròpia (<http://www.aksf.org/countries.xhtml>), fan una proposta de possibles enunciats i una valoració per via telemàtica de les propostes dels altres membres. Aquesta tasca culmina en una trobada anual de l'AKSF, en què es confegeixen sis proves diferents, que es designen com a Pre-Écolier, Écolier, Benjamin, Cadet, Junior i Student. Com a informació podem dir que per a la reunió celebrada el mes d'octubre a Luzern (Suïssa) per preparar el Cangur 2018 els grups de treball partien, respectivament, d'uns reculls de 114, 155, 221, 244, 219 i 146 propostes

Una versió anterior d'aquest article va aparèixer al Boletín de la RSME i al blog del Departament de Matemàtiques de la UPC. Volem agrair a Marta Casanellas que ens proposés d'escriure aquest article i que s'oferís a fer la traducció per al blog del Departament de Matemàtiques.

d'enunciats. La complexitat d'una selecció com aquesta, en què participen països que tenen uns currículums i metodologies diversos, creiem que dona un valor molt especial a les proves que, any rere any, s'elaboren.

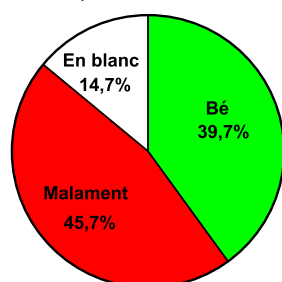
En molts llocs del món fan servir cadascuna de les sis propostes que hem esmentat per a dos nivells escolars. Tanmateix, a la SCM, després del primer Cangur, es va valorar que era millor fer proves diferents per a cada nivell (encara que es repeteixen alguns enunciats) i per això cal fer modificacions i adaptacions de les proves que ens arriben. De fet, a banda de la traducció i la revisió lingüística, es fa una acurada anàlisi dels aspectes matemàtics per part dels components de la comissió Cangur de la SCM i d'alguns assessors externs. Aquesta tasca permet millorar, modificar o concretar alguns enunciats o l'assignació del nivell de dificultat, i fins i tot comporta la reconsideració de la idoneïtat d'algun problema i aleshores escau buscar enunciats substitutius. D'acord amb l'objectiu clau de difondre la cultura matemàtica mitjançant l'organització d'un joc-concurs anual que estimuli i motivi tants alumnes com sigui possible (de la Carta Fundacional de AKSF) procurem que els canvis que fem a casa nostra vagin sempre en la línia d'aconseguir una prova que sigui al més engrescadora possible, i també a fer-la tan assequible com es pugui (tenint en compte les limitacions que comporta que finalment també esdevingui una prova amb premis) especialment en els cursos de primària i en els primers de la secundària.

Cada any augmenta significativament el nombre de centres que participen en el Cangur i, per tant, vol dir que el professorat en fa una

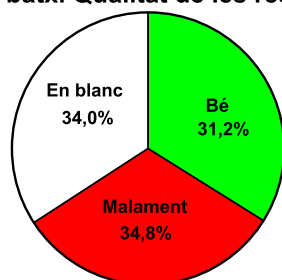
valoració positiva. Conseqüentment, augmenta de manera molt significativa el nombre de participants: en un 14,14% del 2016 al 2017! I la mainada, troba la prova engrescadora? Hi ha moltes opinions que ens diuen que realment passen una estona satisfactòria fent matemàtiques amb la prova Cangur.

Però... la troben fàcil o difícil? Entrem en el tema que posa títol a l'article i comencem amb dos diagrames de sectors. Aquests diagrames palesen la idea, que ja hem apuntat, que per a nivells escolars més baixos tendim a fer que en la prova s'assoleixin millors resultats.

### Segon d'ESO. Qualitat de les respostes



### Segon de batx. Qualitat de les respostes



En el Cangur s'assignen els 30 problemes de cada prova a un dels tres terços de la prova, associats al que es considera el nivell de dificultat del problema: 10 de 3 punts, 10 de 4 punts i 10 de 5 punts (en el cas de primària són 24 problemes que es reparteixen 6+8+6).

Comentem ara un tema que pot obrir un debat: quin percentatge d'encert trobaríem «lògic» per a les preguntes de 3 punts que es preveu que siguin «molt assequibles»? I per a les de 4 punts? I per a les de 5 punts, que ja es consideren «difícils»? Podeu veure unes taules estadístiques sobre aquest tema.

### Segon d'ESO. Qualitat de les respostes per terços

|             | bé    | malament | en blanc |
|-------------|-------|----------|----------|
| primer terç | 60,1% | 32,4%    | 7,5%     |
| segon terç  | 36,4% | 49,8%    | 13,8%    |
| tercer terç | 22,6% | 54,7%    | 22,7%    |

### Segon de batx. Qualitat de les respostes per terços

|             | bé    | malament | en blanc |
|-------------|-------|----------|----------|
| primer terç | 55,0% | 28,4%    | 16,6%    |
| segon terç  | 29,6% | 39,0%    | 31,5%    |
| tercer terç | 8,9%  | 37,0%    | 54,1%    |

Fins ara hem comentat breument algunes estadístiques globals però el fet que va motivar aquest article va ser l'anàlisi estadística de les respostes d'alguns problemes, en què ens hem trobat amb alguns casos sorprenents: problemes que tant en la proposta internacional com en el treball de la comissió de la SCM s'han considerat senzills i que han resultat ser alguns dels que han obtingut pitjors resultats en la prova; problemes que per a nosaltres presentaven una certa dificultat però que han estat resolts bé per molts participants; problemes en els quals pensàvem que hi hauria d'haver hagut poques respostes en blanc i n'hi ha hagut moltes, o també problemes en els que pràcticament no hi ha respostes en blanc però que paradoxalment obtenen resultats molt dolents.

Tot seguit comentem alguns exemples que ho il·lustren. En la tria, ens hem centrat en problemes que es van proposar en més d'un nivell i hem tingut en compte que, tot i que en la prova no pretenem una gradació «totalment ordenada» de dificultat dins de cadascun dels terços de problemes sí que procurem que els primers resultin més senzills i els últims més complicats, especialment en el cas del primer terç.

#### Exemple 1 (p. 18, 2 ESO; p.7, 3 ESO)

$$\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} - 2 \\ - 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 1 & 4 \end{array}$$

Tenim 4 nombres  $a, b, c$  i  $d$  col·locats en una graella  $2 \times 2$ . Si fem la suma de cada fila i de cada columna obtenim els resultats indicats. Quina afirmació és certa?

- A)  $a$  és igual a  $d$ .
- B)  $b$  és igual a  $c$ .
- C)  $a$  és més gran que  $d$ .
- D)  $a$  és més petit que  $d$ .
- E)  $c$  és més gran que  $b$ .

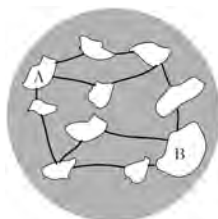
Aquest problema destaca en els dos nivells per la quantitat d'alumnes que el fan bé. El 7 de 3r d'ESO és el problema amb més percentatge d'encert de la prova.

Vegeu-ne les dades.

|               | bé    | malament | en blanc |
|---------------|-------|----------|----------|
| p. 18, 2n ESO | 76,0% | 15,3%    | 8,6%     |
| p. 7, 3r ESO  | 78,7% | 14,1%    | 7,2%     |

Això ens fa pensar que les estratègies que fan servir els alumnes per resoldre problemes en la prova Cangur són sovint diferents de les que fem servir els professors. En aquest cas, resoldre el problema «amb lletres» (el que vam fer nosaltres) té més dificultat que no pas donar uns valors numèrics concrets compatibles amb les dades de la graella i després respondre a la qüestió (que suposem que és el que van fer molts alumnes). Altres exemples clàssics de problemes en què els participants poden fer servir estratègies d'aquest tipus són els problemes que comencen enunciant: «ABCD és un paral·lelogram qualsevol...» i que en molts casos (sempre que no hi hagi una resposta que digui «Depèn de la forma del paral·lelogram») es poden resoldre pensant fins i tot en un quadrat de costat 1. O també problemes que tenen una lletra en l'enunciat per indicar una magnitud i que es poden resoldre per algun valor concret d'aquesta lletra.

**Exemple 2** (p. 17, 6EP; p.11, 1ESO; p.1, 2ESO).



En un planeta hi ha 10 illes i 12 ponts disposats segons el dibuix. Si es vol impedir que es pugui anar des de **A** fins a **B** passant pels ponts, quin és el nombre més petit de ponts que s'han de tancar?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Com que era el problema 1 de segon d'ESO s'havia valorat com a «molt assequible» però, en canvi, destaca en tots els nivells pel nombre d'alumnes que el fan malament. Paradoxalment, també, és un problema que va tenir molt poques respostes en blanc, cosa que ens pot fer pensar que «la mainada el veia clar». Justament en el cas de l'11 de 1r d'ESO és el problema que té menys respostes en blanc de la prova. Dades:

|               | bé    | malament | en blanc |
|---------------|-------|----------|----------|
| p. 17, 6EP    | 19,7% | 76,0%    | 4,3%     |
| p. 11, 1r ESO | 23,2% | 74,7%    | 2,1%     |
| p. 1, 2n ESO  | 27,4% | 69,7%    | 3,0%     |

És clar que, especialment en el cas de 2n d'ESO, vam equivocar-ne el grau de dificultat. Hem analitzat quines van ser les respostes i hem comprovat que tot i que l'error que més es va donar, i aquest era el que podíem preveure, va ser respondre que calia tallar 3 ponts (un 38%), se'ns fa difícil d'entendre que, en aquest nivell, hi hagi un 32% de participants que hagin pensat que calia tallar un mínim de 4 ponts. Això i el baix percentatge de respostes en blanc ens porta a pensar que potser la dificultat va raure, en aquest cas, a fer una interpretació correcta de l'enunciat.

**Exemple 3** (P. 21,1ESO; P.17, 2ESO).

Quantes vegades les agulles d'un rellotge formen un angle de  $90^\circ$  entre les 8 del matí i les 12 del migdia?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Aquest problema és, amb diferència, aquell en què s'obtenen els percentatges d'encert més baixos en el nivell corresponent.

|               | bé   | malament | en blanc |
|---------------|------|----------|----------|
| p. 21, 1r ESO | 5,3% | 81,4%    | 13,4%    |
| p. 17, 2n ESO | 6,1% | 81,1%    | 12,8%    |

Aquí hem de preguntar-nos si el fet que pràcticament no s'usin rellotges d'agulles (i que per tant a les classes s'hi facin molts menys problemes que abans) pot haver complicat la visió geomètrica del problema. En sessions de preparació hem pogut constatar que, actualment, fins i tot costa que s'imaginin com es mouen les agulles.

Quines respostes es van donar majoritàriament? En tots dos nivells la més habitual, amb un percentatge superior al 33%, era la que deia 4 vegades (imaginem que van pensar que cada hora l'angle recte apareixia una vegada) i la segona, la que afirmava 8 vegades (percentatge proper al 30%. Van pensar que dos angles rectes cada hora?)

**Exemple 4** (P. 17, 3ESO; P.10, 4ESO).

Quants nombres naturals  $A$  tenen la propietat que només un dels dos nombres  $A$  i  $A + 10$  és un nombre de tres xifres?

- A) Cap    B) 9    C) 10    D) 19    E) 20

Un altre exemple que sorprèn pel fet que esdevinguin els problemes amb un índex d'encert més baix de tots els problemes del nivell i, en canvi, a 4t d'ESO el consideràvem del «terç fàcil».

|               | bé   | malament | en blanc |
|---------------|------|----------|----------|
| p. 17, 3r ESO | 6,7% | 61,8%    | 31,8%    |
| p. 10, 4t ESO | 6,3% | 62,3%    | 31,3%    |

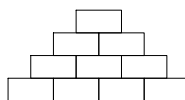
En aquest cas, d'entrada vam pensar que l'error s'hauria produït perquè van considerar que  $A$  només podia ser un nombre de dues xifres i que, per tant, un percentatge significatiu hauria considerat que la resposta correcta era 10. Però no va ser així:

|               | A     | B    | C     | D, encert | E    | en blanc |
|---------------|-------|------|-------|-----------|------|----------|
| p. 17, 3r ESO | 35,2% | 9,3% | 12,3% | 6,7%      | 4,7% | 31,8%    |
| p. 10, 4t ESO | 36,8% | 9,6% | 12,7% | 6,3%      | 3,3% | 31,3%    |

Observem dades molt semblants en els dos casos. Sobta que la resposta 10 que nosaltres prevèiem majoritària no ho fos i que, en canvi, la que deia que no hi havia cap nombre que complís l'enunciat, que pensàvem que era el distractor descartable d'entrada, fos la que acumulés un percentatge més alt de respostes. Sovint no és fàcil posar-se en la mentalitat de l'alumne a l'hora de resoldre aquest tipus de problemes que escapen dels exercicis repetitius i «fan pensar» més.

El problema 12 de 1r de batxillerat era semblant per a nombres de quatre xifres però no hi havia l'opció de resposta «Cap». Els resultats tampoc no van ser gens brillants però hi va haver sorpresa. En aquest nivell, el que va ser molt elevat va ser el percentatge d'alumnes que no va contestar el problema (52,8%). Mig en broma (o potser seriosament?) ens preguntem si no serà que els de 1r de batxillerat van trobar a faltar «Cap» com una opció de resposta.

Acabem amb un exemple de problema que es va posar en quatre nivells, en certa manera a títol experimental

**Exemple 5** (P. 29, 2ESO; P.19, 3ESO; P.16, 4ESO; P6, 1btx).

En Joan vol escriure un nombre natural en cada casella del diagrama. Posa els nombres que vol en la fila inferior i cadascun dels altres nombres és la suma dels dos nombres que hi ha a les caselles que té immediatament a sota. Quina és la quantitat màxima de nombres senars que pot escriure en Joan?

- A) 6    B) 8    C) 7    D) 4    E) 5

Aquest problema (que de fet ja estava considerat dels «més difícils» a 2n d'ESO, però en canvi era de 3 punts a 1r de batxillerat) és un altre dels problemes que en tots els nivells va tenir un percentatge molt elevat de «malament», sense que hi hagi diferències substancials de rendiment d'un nivell a l'altre.

|               | bé    | malament | en blanc |
|---------------|-------|----------|----------|
| p. 29, 2n ESO | 11,3% | 60,5%    | 28,1%    |
| p. 19, 3r ESO | 10,4% | 66,9%    | 22,7%    |
| p. 16, 4t ESO | 10,0% | 74,8%    | 15,1%    |
| p. 6, 1r batx | 13,6% | 68,9%    | 17,4%    |

Aquí són majoritàries (prop d'un 60% dels que contesten en el cas de 2n d'ESO) les respostes a les opcions D i E. És a dir, que s'arriba a omplir la taula (i potser per això hi ha relativament poques respostes en blanc) però la quantitat màxima és difícil de trobar.

Si enllacem el comentari amb el del segon exemple potser hem de pensar que la idea de buscar la situació que fa obtenir un màxim (o un mínim) se'ls fa, en general, difícil de treballar.

Com es pot constatar en els exemples que hem donat, fins ara procuràvem situar els «problemes repetits» en terços diferents segons el nivell escolar. Ara bé, vist que s'obtenen resultats molt semblants, l'exemple 5 no podria ser també un problema de 5 punts a 3r d'ESO i fins i tot de 5 punts a 4t d'ESO? Tot i que és sabut que situar un problema en un determinat terç, i associar-hi, doncs, un cert grau de dificultat, pot fer que s'hi posi més cura en la resolució, no semblaria pas inadequat, i els exemples que hem donat pensem que ho avalen. Per això en el Cangur 2018 ja hem situat

determinats problemes en un mateix nivell de dificultat per a cursos diferents.

Aquest article ha servit per evidenciar que, tot i que s'ha fet una valoració prèvia per part dels professors de cada nació que han proposat els problemes i s'ha treballat en la trobada internacional, malgrat que després la tasca d'anàlisi de la comissió local s'ha fet amb molta intensitat, i encara que s'ha posat la màxima cura en la redacció correcta (lingüísticament

i matemàticament) de cada enunciat, hem de concloure que preveure si un problema «serà fàcil» o «serà difícil» és, en alguns casos, molt més complicat del que aparentment pot semblar. Veiem que la valoració del nivell de dificultat d'un problema sempre té un fort component subjectiu, les reflexions que hem apuntat volen ser un intent per apropar-nos més a la realitat del conjunt de participants en la prova Cangur.

## Converses a dues bandes

### Marta Berini i Lluís Almor

Albert Avinyó

Editor de la *SCM/Notícies*

Aprofitant que el mes d'octubre passat Marta Berini va deixar el seu càrrec a la Junta Directiva de l'Associació Kangourou sans Frontières (AKSF), li vam demanar de mantenir una conversa perquè ens expliqués el funcionament d'aquest òrgan, les seves particularitats i la seva història. I qui millor per fer de conversador amb la Marta que Lluís Almor, professor jubilat de l'Institut de la Garriga, amic i company d'aventures en les reunions anuals de l'AKSF.

**Lluís:** Marta, després de deixar el càrrec a la reunió anual que es va dur a terme aquest any a Lucerna, com et trobes, molt descansada, oi?

**Marta:** Descans total! Molt relaxada perquè els darrers anys han estat molt difícils i amb molta feina. Hem hagut de revisar tots els reglaments, totes les lleis. Hi havia discrepàncies fins i tot entre els documents inicials en anglès i francès i, a més, alguns països estaven en contra d'alguns punts. Han estat unes reunions llarguíssimes, fins i tot vam haver de convocar una reunió extra al mes de maig a Barcelona per acabar de tractar temes del reglament. Van ser molt difícils de portar però ara ja està tot fet.

**L:** Dius que hi havia discrepàncies entre els documents primerencs, però, si us plau, explica'ns com va començar tot això del Cangur.

**M:** A principis dels vuitanta, Peter O'Halloran, professor de matemàtiques de Sydney, va implementar un nou tipus de joc a les escoles australianes: un qüestionari de respostes

d'elecció múltiple per a alumnes de 13 i 14 anys i corregit per ordinador. Això va permetre que milers d'alumnes hi participessin al mateix temps. Va ser un gran èxit per al Concurs Nacional de Matemàtiques d'Àustràlia. El 1991, dos professors francesos, André Deledicq i Jean-Pierre Boudine, que havien conegut l'existència d'aquesta competició a través del professor Claude Deschamps, van decidir iniciar la competició a França.

**L:** I per això es diu *Cangur*, per retre homenatge al Peter?

**M:** Sí, efectivament. Sense aquest origen no s'entén el perquè del nom.

**L:** I després?

**M:** En la primera edició francesa, van participar 120.000 joves de 13 i 14 anys (anomenat *nivell cadet*). Des que es va ampliar la prova, tant a l'alumnat jove com als i les estudiants de batxillerat, un seguit de 21 països europeus van incorporar-se al Kangourou sans Frontières. El juny del 1993, la Junta del Kangourou francès va convocar una reunió europea a París, a la qual es va convidar el professorat que organitzava concursos de matemàtiques a països europeus.

**L:** Catalunya no hi va assistir en aquell moment?

**M:** No. Van ser set països: Bielorússia, Hongria, Holanda, Polònia, Romania, Rússia i Espanya. Més tard, el juny de 1994 a Estrasburg, l'Assemblea General de delegats, aleshores de deu

països europeus, va decidir crear l'Associació Kangourou sans Frontières (AKSF).

**L:** I Catalunya s'hi va incorporar, crec recordar, l'any 1995 o 1996...

**M:** No exactament. El 1995 es va conèixer l'existència d'una competició matemàtica coneguda com a *Kangourou* a través del professor Francisco Bellot representant d'Espanya a les Olimpíades Internacionals de Matemàtiques. La idea va agradar a Josep Grané, que era un dels representants catalans a l'Olimpíada i va portar la idea a casa nostra. Ràpidament, Antoni Gomà va decidir fer una enquesta als centres escolars catalans de secundària després d'enviar-los les proves de cursos anteriors per tal que les coneguessin i diguessin si trobaven adequada aquesta competició. El professorat de molts centres va respondre més que afirmativament, jo diria que de manera entusiasta, a la participació en la prova i el 1996 va tenir lloc la primera prova Cangur a Catalunya amb 1.313 participants. El 1998 es va prendre part com a convidat a la reunió anual que aquell any es va fer a Ljubljana (Eslovènia).

**L:** I en aquestes reunions anuals, que encara es continuen duent a terme, què es fa?

**M:** En aquestes reunions, a més de decidir els problemes del proper Cangur, es convida els països o les organitzacions que hi volen formar part. Se'ls pregunta quina o quines associacions hi ha al darrere, en quines edats volen fer la prova o, per exemple, si pensen cobrar una quota de participació. Un cop avaluada la informació, la Junta Directiva decideix si en poden formar part o no.

**L:** I Catalunya quan va ser acceptada com a membre de ple dret?

**M:** A l'Assemblea General Anual de l'AKSF que es va fer a Valladolid el 1999 es va acceptar a Catalunya com a membre provisional de l'associació però va ser el 20 d'octubre de 2000 a la reunió de Celakovice (República Txeca) en la qual Catalunya va ser acceptada com a membre de ple dret.

**L:** I després?

**M:** L'any 2001 vaig anar a la reunió anual que es va fer a Romania, després vaig estar dos anys sense anar-hi i vaig tornar al 2004 a la reunió de Berlín, en la qual els catalans vam fer la proposta de dur a terme una

d'aquestes reunions generals (*annual meeting*) a Barcelona.

**L:** De fet, jo crec que la majoria dels membres no sabien ben bé que era Catalunya fins que vam presentar aquesta proposta. Està clar que hi va haver un abans i un després d'això. Que, si no recordo malament, el fet de l'acceptació de la proposta catalana va ser el motiu pel qual tu vas entrar a formar part de la Junta Directiva.

**M:** No exactament. El 2004, a Berlín, ens vam oferir per ser seu de l'Assemblea General Anual de l'Associació de l'AKSF l'any 2006. El 2005, a Bulgària, vam explicar com es desenvoluparia la reunió que va tenir lloc a Barcelona a l'octubre del 2006. Aleshores, Antoni Gomà va ser membre de la junta de l'AKSF el 2005, 2006 i 2007, perquè el reglament estableix que si un país organitza la reunió anual l'any  $n$ , aleshores l'any  $n - 1$ , l'any  $n$  i l'any  $n + 1$  el representant d'aquest país és de la junta. Però deixa'm aclarir que la reunió de Barcelona va ser molt diferent de totes les que s'havien fet fins aquell moment. Habitualment, i a causa de la logística d'aquestes trobades (més de cent persones amb sis aules paral·leles, més una per a la part informàtica), fa que aquestes es portin a llocs allunyats del centre de la ciutat. A Barcelona no va ser així. Totes les reunions es van fer en aquest edifici immillorable, la seu de l'IEC, que és on estem ara, dormien a tocar d'aquí, a la residència d'investigadors, just al mig del Gòtic, el mar a prop, l'organització perfecta... Vaja, com sempre.

**L:** I ens van rebre al Parlament. Encara recordo com ens va rebre el president del Parlament d'aquell moment, Ernest Benach....

**M:** Sí, tots els convidats van poder copsar que les institucions, com per exemple la Societat Catalana de Matemàtiques, donaven suport de manera inqüestionable a l'organització. Ara bé, cal recordar també que les activitats extres van tenir un pes fonamental en aquella reunió anual. Vam organitzar una sortida en bicicleta per Barcelona que va ser un èxit total i, si a això hi sumes un sopar al costat del mar amb un grup de música que tocava cançons de països ben diferents, ja et pots imaginar! Tu, jo i el representant de Venècia cantant cançons que ara és millor no recordar...i, en acabar la vetllada, tots junts Rambla amunt.

**L:** Com hem dit, després d'aquest *annual meeting* a Barcelona hi va haver un abans i un després... I també de la manera de veure Catalunya per part de totes aquestes persones. Encara recordo que a la primera reunió que vam assistir, la de Rímini, Claude Deschamps ens demanava, a Carles Romero i a mi, en quin idioma fèiem les publicacions matemàtiques els catalans. T'ho pots imaginar?

**M:** En català i en anglès, és clar! Sí, la veritat és que la majoria dels membres van venir amb una mica de por, dubtaven de la nostra capacitat organitzativa. Però no pas per malfiança sinó per desconeixement. La mateixa ignorància, però encara més gran, que teníem nosaltres abans d'anar, per exemple, a Minsk o Geòrgia...



**L:** I després d'aquesta reunió a Barcelona va ser quan vas entrar a la Junta Directiva del Kangourou?

**M:** No. El 2007 no hi vaig poder anar per problemes físics però vaig tornar el 2008 a Berlín. La reunió havia de ser a Tbilisi (Geòrgia) però els problemes bèl·lics que hi havia en aquell moment al país van desaconsellar fer-ho allà. Els representants georgians ens deien que hi podíem anar sense cap problema, però nosaltres, un dia sí i un altre també, només veiem a les notícies de la televisió tancs i més tancs pels carrers. Aleshores, el president de l'AKSF va comunicar que no hi podíem anar. Els alemanys, en dos mesos, ho van organitzar tot a Berlín. I, allà, vaig ser escollida membre de la junta de l'AKSF. Suposo que el factor de ser dona hi va influir favorablement.

**L:** I el factor llatí crec que també, ja que durant aquells anys van entrar molts països de Llatinoamèrica. Perquè el nombre de membres del Board és fix, oi? Perquè hi entri un membre n'ha de sortir un altre.

**M:** Sí i les eleccions es convoquen cada tres anys, que no és el mateix any que s'escull el president.

**L:** Tu hi has estat nou anys, tres «legislatures», i sempre amb el mateix president?

**M:** No! A la reunió que finalment es va fer a Geòrgia va haver-hi canvi de president. El president d'aquell moment no va venir a la reunió, però va presentar la seva candidatura i també es va presentar una nova candidatura encapçalada pel representant eslovè, que va ser qui, finalment, va guanyar. Sí, hi he estat tres mandats i, aquest any, que s'acabava el tercer, em vam demanar que continués però jo vaig declinar l'oferta perquè estava a punt de fer setanta anys i creia que ja no em tocava anar a aquestes reunions tan llargues i sovint tan complicades. Que a mi, el que m'agrada és fer problemes del Cangur, no hores i hores de reunions.

**L:** I tu, que has viscut des de dins i durant nou anys, aquestes reunions del Board, és veritat que bona part del que es fa és política, igual que en altres organismes internacionals, i que no sempre hi ha bones relacions entre tots?

**M:** El canvi de president va portar cua. Va haver-hi uns quants països que no el van acceptar i, des d'aquell moment, moltes feines que havien estat relativament senzilles, com ara decidir els punts que s'havien de canviar dels estatuts, es van tornar més complexes perquè sempre hi havia algú que duia la contrària, que d'alguna manera feia boicot als acords...

**L:** Però se suposa que aquestes reunions són per triar problemes de matemàtiques, no d'altres tipus...

**M:** Sí, és clar, però fixa't que fa vint anys eren set o vuit països i ara som més de setanta. Al principi els representants, eren persones. Ara això ha canviat, els representants són associacions i no persones particulars, fet amb el qual nosaltres estem d'acord. Ara bé, sempre hi ha persones que estan acostumades a un altre tipus de funcionament i que els costa canviar.

**L:** Sí, és clar. Per exemple, en el nostre cas; l'organisme, la SCM, és públic. Però no sempre ha estat així, oi?

**M:** La veritat és qui hi ha funcionaments ben diversos. Per exemple, en l'àmbit financer hi ha països que cobren una quota per a cada

alumne per presentar-se a la prova, mentre que uns altres no. Per exemple, si en un país hi ha una persona que gestiona el Cangur i cobra 12 euros per alumne quan el seu cost real és, per dir alguna xifra, de 6 euros... On va a parar la resta?

**L:** És a dir, no sempre hi ha una institució pública al darrere?

**M:** En el nostre cas, sí. Per exemple, aquí a Catalunya la quota la fixa la Comissió del Cangur, després d'escoltar la Junta Directiva de la SCM. I si un any tenim superàvit, l'any següent s'abaixa la quota. Un altre fet diferencial del nostre Cangur ha estat que ens agrada agrupar els alumnes en seus i convertir el dia de la prova en una mena de «festa de les matemàtiques». Així, alguns centres aprofiten la jornada per organitzar gimcanes, conferències, etcètera. Per tant, s'han d'imprimir unes proves, enviar-ho amb els missatgers, corregir-les i, per cobrir els costos d'aquest tipus, fem pagar una quota.

**L:** Però hi ha algun país que ho fa de franc?

**M:** Sí. Crec que Alemanya i algun altre que ara no recordo... També és cert que hi ha països que pengem els exercicis al web, reben les respostes i prou. Nosaltres tenim uns quants professors responsables de zona (un a Girona, un altre a Lleida, un a Tarragona i sis o set a Barcelona) que, *gratia et amore*, es dediquen a tota la gestió dels centres participants Això vol dir una feina força dura durant un mes i mig.

**L:** Però la prova és única?

**M:** Sí, podem dir que la prova és única però la manera de dur-la a terme no.

**L:** Però, a més, a casa nostra, aquests darrers anys s'ha estès a altres nivells, Això fa que dins de l'organització del Cangur hi convisquin diferents estructures.

**M:** Sí. Actualment tenim l'estructura clàssica de quart d'ESO i primer i segon de batxillerat i l'estructura ampliada a les proves de primer, segon i tercer d'ESO i també cinquè i sisè de primària. En aquest segon cas les proves es fan als centres, que reben els exercicis el dia anterior, ells els imprimeixen i a continuació ens tornen els fulls de resposta per corregir-los. En el cas de la prova clàssica, en què una part de l'alumnat es reuneix en algunes seus el procediment no és així. Les proves fotocopiades s'envien i es recullen a les seus amb missatgers

per poder-ho corregir al més aviat possible. Abans la correcció la feien uns alumnes de la UPC que es passaven tota una nit corregint-los, però les dimensions a les quals hem arribat ens han obligat a contractar una empresa externa i aquesta té uns terminis.

**L:** És que en tres anys hem passat de quinze mil a cent mil alumnes inscrits. Això ha passat a altres països o no?

**M:** Bé. Hi ha alguns països que ja ho havien estès fa anys. Altres ho han anat fent progressivament... Pensa que el nombre d'alumnes participants al Cangur a tot el món és manté estable aquests darrers anys i és aproximadament de sis milions!

**L:** I tornant a la reunió anual, hi continuaràs assistint?

**M:** És clar que sí!. L'equip que formem Mireia López, Mariona Petit, tu, Marc Guinjoan de Catalunya i Mercè Llabrés de les Balears i jo mateixa hi anem cada any. El fet de cobrar una quota i tenir una institució al darrere fa que hi puguem anar una representació tan gran. Altres països només tenen un o dos membres. Per exemple, l'any passat la Junta Directiva de l'AKSF va decidir ajudar països, com Zàmbia, que ens havien demanat d'assistir a aquestes reunions anuals, però que no disposaven de mitjans per sufragar les despeses de viatge i allotjament.

**L:** La darrera, que va ser a Suïssa, no devia ser pas a preu reduït, oi?

**M:** Bé. Ara, amb els nous estatuts, tots aquests tipus de despeses estan tabulades i no poden superar una quantitat terminada: despesa diària, nombre de membres... Tot i així, l'esdeveniment ha agafat una volada que fa que qualsevol país no pugui organitzar aquesta reunió.

**L:** Les properes on seran?

**M:** La següent serà a VÍlnius, Lituània.

**L:** I també s'ha fet alguna d'aquestes reunions fora d'Europa, oi?

**M:** Sí, per exemple, a Puerto Rico. Al principi semblava que això augmentaria molt el presupost, però al final, amb una bona feina de previsió, no va ser així. També hem fet reunions a països curiosos, com el cas de Geòrgia, que ja hem comentat abans, on van haver de sortir per cames...



**L:** Sense haver fet res dolent, eh. El problema és que el patrocinador principal va ser detingut tot just el dia abans de la nostra arribada i no va concedir els fons que havia promès. Ens van allotjar a una mena de complex de vacances que havien contractat però on no van poder oferir ni la paga i senyal. El paisatge era molt bonic, a prop d'un llac, però estava desert. Estàvem a zero graus, sense calefacció... i a finals d'octubre! Afortunadament, al segon dia ja vam tenir calefacció.

**M:** Sí. Recordo que érem a l'aeroport i encara no teníem clar si podríem marxar. Semblava el final de *Casablanca*... A més, van detenir l'organitzadora tot just acabar la reunió i van quedar moltes despeses per pagar que van haver d'assumir algunes organitzacions locals, com la francesa i l'alemanya.

**L:** I això que l'organitzadora assegurava que tenia línia directa amb el president de la República!

**M:** L'organització ha crescut tant que, tot i els esforços de control que es fan, hi ha països que només hi assisteixen per fer-se publicitat o també hi ha organitzacions formades per no matemàtics que venen les proves dels anys anteriors, organitzen el concurs i fan d'això el seu *modus vivendi*...

**L:** Ara això ho fa la minoria...

**M:** Sí, és clar... però els primers anys que hi participen és difícil d'esbrinar-ho.

**L:** I després hi ha algunes anomalies. Per exemple, Catalunya i Puerto Rico són les dues organitzacions que hi pertanyen i no són estats, malgrat que els estats corresponents també hi pertanyen...

**M:** Sí, però, per exemple, els Estats Units van entrar al Cangur via Polònia, i sembla que els que ho fan són matemàtics polonesos establerts als Estats Units.

**L:** I un cop fetes les proves, cada organització envia un report a la Junta Directiva de l'AKSF

que s'encarrega de decidir si continua sent membre.

**M:** Sí. Això fa, d'alguna manera, de filtre... Crec que el canvi que hem fet (ara els membres són institucions i no persones particulars) anirà a favor de poder eliminar aquests casos o situacions dubtoses... Amb els nous estatuts, queda molt clar quines són les obligacions i els deures de cada organització que pertany a l'Associació Cangur... Per exemple, una situació que ens hem trobat darrerament és la d'alguns països del sud-est asiàtic, que es prenen el Cangur com una prova d'elit.

**L:** I això desvirtua el concepte primigeni del Cangur com a concurs universal.

**M:** Sí, és així. Pensa que, en general, els problemes del Cangur el que et demanen no és un gran coneixement matemàtic, sinó que més aviat mostren quin és el grau de maduresa matemàtica de l'alumne.

**L:** No hem d'oblidar que és una activitat que, afortunadament, s'ha fet molt popular entre els pares i ensenyants. Ara tothom sap què es el Cangur... A més les puntuacions no són públiques, només les coneix el professor que ha inscrit l'escola.

**M:** Sí, però per dur a terme tot això és necessita una organització darrera al darrere. Per exemple, Antoni Gomà s'encarrega de tota la part informàtica; Carles Romero, Manel Martínez, Dani Bosch i Antoni Gomà fan les maquetes, que no és una feina fàcil, i després hi ha la Comissió Cangur, formada per una vintena de professors, que tradueix els problemes, hi busca errors o adapta els problemes rebuts.

**L:** Marta, crec que ho hem de deixar aquí perquè falten menys de deu minuts per a la xerrada del professor Julià Cufí que obre l'assemblea anual de la SCM. Moltes gràcies!

**M:** Moltes gràcies a tu, Lluís!

### Què t'ha aportat fer una doble titulació?

Albert Avinyó

Editor de la *SCM/Notícies*

Des de fa uns quants cursos, tres universitats catalanes (UAB, UB i UPC) ofereixen dobles titulacions en què un dels graus és de matemàtiques. Ara que ja s'han graduat algunes promocions, ens ha semblat oportú demanar l'opinió d'alguns d'aquests exalumnes.

#### **Albert Agudé (UPC)** **Grau en Enginyeria Industrial i grau en Matemàtiques**

De sempre m'havien agradat molt les matemàtiques, però no gosava estudiar-les per falta de sortides (gran error, abans i ara). Si només hagués pogut fer una carrera, hauria triat Enginyeria Industrial. La meua sort va ser trobar-me amb l'oportunitat que em van donar la UPC i el CFIS d'estudiar aquestes dues carreres alhora.

És important anar preparat. En el meu cas, a través de les Olimpíades Matemàtiques em vaig introduir en la UPC i el CFIS, i això em va facilitar les coses. Començar a conèixer les persones, els ambients, la metodologia de treball, etcètera abans de començar la doble titulació ajuda.

El camí no va ser senzill. L'exigència en una doble titulació és màxima, i si una d'elles és Matemàtiques encara més. Jo ja estava acostumat a treballar dur, però quan estudies dues carreres has d'anar més enllà. El gran canvi va ser començar a treballar molt més en equip: fer problemes a la pissarra, discutir les hipòtesis, variar l'aproximació a la solució, adonar-se que hi ha més d'una manera d'arribar al final, etcètera. A més, en estar envoltat d'altres persones que fan dues carreres, t'obliga sempre a fer més, t'obliga a autoexigir-te més cada dia. Aquests dos punts m'han aportat moltíssim en la meua vida professional.

Òbviament, al llarg de la carrera també vaig tenir temps per passar-m'ho bé, fer viatges amb els companys, sopars, festes, etcètera. També aprofitava els estius per viatjar i desconnectar.



Un cop acabada la doble titulació, professionalment, mai m'he dedicat a les matemàtiques ni a l'enginyeria: vaig començar la carrera professional en una consultoria de negoci, i he seguit treballant sempre en estratègia de negoci en diferents empreses, com a intern i com a extern. Tot i això, que no m'hagi dedicat mai explícitament a les matemàtiques ni a l'enginyeria no vol dir que no apliqui diàriament els aprenentatges adquirits en la doble titulació. Començant pel treball en equip i per l'autoexigència, que comentava anteriorment.

Seguint per la capacitat d'estructurar problemes. Sovint els companys de feina em venen amb un «problema molt complicat de negoci». Jo sempre els dic que els problemes més complicats ja els he resolt: durant la doble titulació, i especialment durant la carrera de Matemàtiques. Problemes de topologia, teoria de nombres, etcètera, són extremadament més complicats que els de negoci. La complexitat del negoci és una altra: la interacció amb les persones. L'experiència d'estudiar una doble titulació va ser fantàstica, i

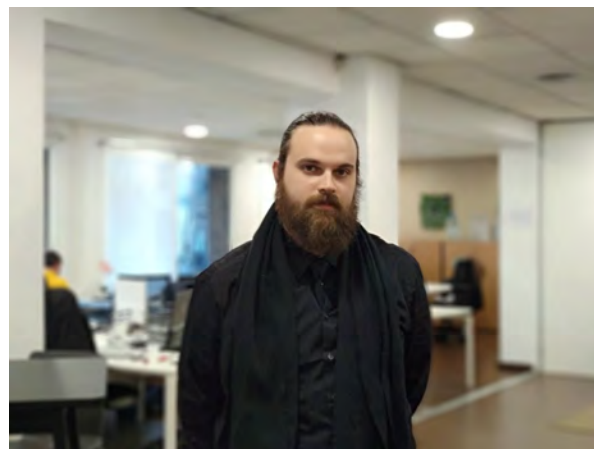
el bagatge acadèmic i personal que em va deixar ha tingut un impacte enorme en la meua vida.

### **Guillermo Blasco (UB)** **Grau en Enginyeria Informàtica i grau en Matemàtiques**

El darrer segle es va caracteritzar pel canvi, i aquest segle es caracteritzarà per l'increment de la velocitat del canvi. En un món així, l'adaptació al canvi i també el lideratge d'aquest és imprescindible per aportar valor a la societat on contribuïm. El canvi és un procés creatiu i destructiu: hi ha coses que formaran part del futur i altres del passat. Amb aquest punt de partida, la pregunta a fer-se era clara: Quina branca del coneixement formarà part del futur? La decisió va ser doble. Les matemàtiques formen necessàriament part del futur i la informàtica serà el líder del canvi. En aquell moment la decisió es fonamentava també en l'avaluació del retorn de la inversió. Invertir cinc anys i mig i obtenir dos graus té un retorn més elevat que invertir-ne quatre anys per obtenir un grau. Llavors va arribar el punt d'inflexió: vaig començar el grau en Matemàtiques i el grau en Enginyeria Informàtica a la Universitat de Barcelona.

Efectivament, no va ser fàcil. No obstant això, el repte més gran no era l'adquisició d'aquest coneixement i la superació de les avaluacions. El repte més gran era la transformació personal i intel·lectual necessària per fer pròpia una forma de pensar i veure el món. L'anàlisi, la formalitat, la racionalitat i la creativitat s'amalgamen en les matemàtiques en un elixir transformador. Qui en fa un glop i el digereix bé l'acompanya la resta de la vida. Interioritzar el coneixement matemàtic ha implicat obtenir competències aplicables a qualsevol altre afer més enllà de les matemàtiques: gestió de riscos personals, anàlisi dels costos d'oportunitat, lideratge d'equips, gestió financera i d'inversions, entre molts altres. Consisteix a observar la realitat per establir els axiomes, les hipòtesis i els objectius; a continuació, validar les hipòtesis i trobar-ne la decisió que maximitza el resultat dels objectius. La informàtica és purament capacitat creativa en un món de canvis explosius, i dirigir aquesta capacitat creativa és imprescindible. Aquesta

ha estat la combinació multiplicativa, en què la forma de pensar matemàtica i la capacitat creativa de la informàtica et porten a llocs inesperats.



El resultat va ser immediat: amb una petita inversió de temps per entrar en les xarxes de contactes de qualsevol sector, immediatament rebia ofertes de col·laboració. Després d'uns mesos fent proves en diversos sectors vaig entendre que aquesta facilitat per incorporar-me a una gran diversitat de verticals industrials em permetia fer una aposta més arriscada i amb més retorn. Per aquest motiu vaig escollir el camí de l'emprenedoria. Vaig començar com a cofundador i *Chief Technology Officer* de Stilavia en la qual, mitjançant algorismes, es fan recomanacions de roba. Després vaig cofundar l'associació Innovation and Human Rights, en la qual el 30 de novembre passat vam publicar la primera base de dades centralitzada de víctimes de la Guerra Civil i el franquisme. Recentment, també he cofundat Metricfy, en la qual fem anàlisis de dades de les despeses i els resultats del màrqueting en línia d'empreses digitals. Simultàniament, he estat assessor de tecnologia i negoci de diverses empreses. Aquests viatges empresarials s'han fonamentat en la capacitat analítica i creativa que les matemàtiques i la informàtica aporten. L'experiència d'estudiar dos graus m'ha portat també a estudiar ara el grau en Economia, amb la certesa que el valor del coneixement per adquirir es multiplicarà amb el coneixement ja obtingut pels estudis i l'experiència.

Mai no sabrem si la decisió del doble grau és la millor decisió, però no hi ha dubte que ha estat una decisió d'èxit.

## Clara-Agnès Pallarès (UB) Grau en ADE i grau en Matemàtiques

Tot i que sempre m'havien agradat les matemàtiques, no va ser fins després de la selectivitat que em vaig plantejar de fer-ne la carrera. Sentia molta curiositat pel món de les finances, però a la també volia aprofitar que se'm donaven bé les assignatures de ciències. Així, l'opció de combinar ADE i Matemàtiques em va cridar l'atenció des del primer moment.

Em feia una mica de por el nivell de càrrega de treball que em podria trobar a la universitat, però a la vegada pensava que és a través de reptes que acabes adquirint habilitats i et tornes més capaç.

Sigui com sigui, i després de preguntar més d'un professional del sector financer, vaig pensar que a llarg termini podia ser una opció interessant i vaig acabar triant-la.



L'inici no va ser fàcil. L'experiència de cursar la doble titulació, especialment la carrera de Matemàtiques, va ser molt més dura del que m'havia pogut imaginar, però també més gratificant.

Durant els dos primers anys de carrera vaig haver de canviar per complet els hàbits d'estudi, l'organització del temps i allò que jo entenia per esforç i disciplina. Per mi, aquest va ser el període més difícil i en el qual vaig aprendre més. De fet, no se m'acut un millor màster en gestió del temps.

D'altra banda, també vaig aprendre a valorar molt més el temps lliure i a aprofitar-lo millor. Al final si t'organitzes hi ha temps per a tot. Ara bé, en el meu cas concret, els caps de setmana a la biblioteca han estat la norma general i el Nadal de turisme bibliotecari una nova forma de celebració.

I què m'emporto de les carreres? Sobretot les habilitats que s'adquireixen de forma transversal. La meua manera de pensar s'hatornat molt més analítica i amb més capacitat de raonar de forma lògica. També he comprovat que tinc molta més facilitat que abans a l'hora d'aprendre coses noves, ja sigui un nou idioma o el funcionament de la impressora de casa dels pares.

Si t'ho estàs plantejant, a ADE i Matemàtiques hi trobaràs la visió general d'Administració d'Empreses combinada amb l'exigència i l'abstractivitat de les matemàtiques.

Si t'interessen les dues àrees, pot ser una opció molt atractiva que et pot obrir moltes portes en el món laboral.

Tot i això, si t'ho estàs pensant, informa-te'n tant com puguis, tant de què van les carreres (pots assistir a alguna classe, preguntar els alumnes del claustre o demanar apunts), com de quins són els motius per fer-les. Com més clars tinguis aquestes raons, més fàcil serà motivar-te i tirar endavant. Al final, no és tant un tema de dificultat com de motivació. I per motivar-te, no hi ha res millor que el que facis ara et porti allà on tu vols arribar. Mai no podràs estar segur al cent per cent de si és el que busques o no, però augmentaràs les probabilitats d'aconseguir-ho.

Sort i ànims!

## Carles Pérez (UAB) Grau en Física i grau en Matemàtiques

No vaig tenir clar què volia estudiar fins pocs dies abans que s'acabés el període de preinscripció universitària. La carrera que escollís havia de complir dos requisits imprescindibles: m'havia d'agradar i havia de tenir bones sortides laborals. Suposo que aquest darrer punt era especialment important per a mi perquè era l'any 2010 i estàvem en plena crisi.

No va ser fins després de la selectivitat que vaig decidir que volia estudiar matemàtiques. Quan li vaig comentar la meua decisió a un

conegut meu i de la meva família que és professor de física a la Universitat Autònoma, de seguida em va suggerir que optés pel doble grau. Així ho vaig fer i crec que ha estat una de les decisions més importants i encertades de la meva vida.

En comptes de 4 anys, la doble titulació durava 5 anys, i cada any es feia una combinació d'assignatures de física i matemàtiques, que es cursaven juntament amb els alumnes d'aquestes titulacions. En acabar, et gradues en Física i et gradues en Matemàtiques. Sí, tens dos graus i en conseqüència en acabar pagues dues expedicions de títol (és a dir, més de 500 euros per un parell de papers).

De seguida em vaig adonar que els alumnes del doble grau tenien una gran ambició i moltes ganes de participar i aprendre. Personalment, vaig trobar que el fet d'estar amb gent així fa que la seva actitud s'encomani, i que siguis capaç de donar el millor de tu mateix. D'altra banda, també corres el risc de desenvolupar comportaments que sovint són titllats de friquis. Com a exemple basat en la meva experiència, us puc assegurar que els sopars de Nadal o de final de curs del doble grau acabaven força més d'hora que els de física o matemàtiques.



Personalment, em va agradar molt més el grau en Matemàtiques que el de Física. Ara bé, crec que el fet de cursar Física, a més d'aprendre sobre les lleis de Newton i els principis de la termodinàmica, em va servir per conèixer una aplicació directa, encara força teòrica, de les matemàtiques. I és que la carrera de matemàtiques és enormement abstracta, molt més del que un s'imagina abans de començar.

Finalment, crec que haver estudiat un doble grau m'ha ajudat molt en matèria laboral. Els

departaments de recursos humans valoren molt les dobles titulacions, i, amb encert o no, la meva experiència és que, davant de dos perfils semblants, trucaran primer al que ha cursat el doble grau.

Sempre m'han cridat l'atenció les finances, i després de dos períodes de pràctiques extracurriculars (em negava a pagar crèdits per treballar sense cobrar) em vaig incorporar al departament de finances d'una gran consultora. Era l'únic físic o matemàtic (la majoria eren d'ADE, economia i alguns enginyers), però tot i així vaig ser capaç de passar les múltiples rondes d'entrevistes. Un gran nombre d'empreses busquen matemàtics o físics per la seva capacitat d'anàlisi o de raonar, més que no pas pels coneixements concrets apresos durant la carrera (no els preocupa gaire si recordes la demostració del teorema de Bolzano o saps explicar què és una extensió d'un cos finit).

Fa uns mesos vaig canviar radicalment de sector i em vaig submergir de nou en les matemàtiques. Actualment estic treballant a Madrid, duent a terme projectes de *machine learning*, en un equip de poc més de 30 persones format per físics, matemàtics, enginyers i informàtics.

### **Sara Riera (UPC)** **Grau en Enginyeria Industrial i grau en Matemàtiques**

M'apassiona afrontar reptes, buscar solucions a problemes complexos mitjançant anàlisis estructurats i coherents, i arribar a conclusions que permeten explicar el perquè de la realitat d'una forma clara i consistent.

Sens dubte la llicenciatura de Matemàtiques és, i va ser, l'essència sobre la qual volia construir el meu futur, especialment professional. La raó, la lògica i la coherència eren aspectes de la meva manera de ser i de fer que connectaven de forma inequívoca amb les matemàtiques.

No obstant això, tenia la necessitat d'aplicar les meves habilitats analítiques en situacions reals per generar un impacte directe en la societat en què vivim. L'enginyeria industrial m'aportava aquesta vessant pràctica de la resolució de problemes, així com la contribució directa i pragmàtica del coneixement (en aquest cas científic i tecnològic) al món real.

L'etapa universitària va ser una època de molt esforç, intensa i exigent, però també molt gratificant. Gran part de l'èxit residia, en la meua opinió, en organitzar-se nivell de manera impecable. La doble titulació és en si mateixa un curs avançat en gestió del temps i dels recursos. L'exigència és constant i la disciplina un requisit indispensable.

En el meu cas personal, a més, estudiava anglès, francès i alemany, i els trencaclosques per encaixar les estades internacionals dels estius amb els calendaris de les dues facultats no eren tasques fàcils per poder disposar, necessàriament i merescudament, d'un agost de vacances innegociables.



Però com he comentat també és una experiència ben gratificant: com més gran és el repte, més satisfacció aporta la superació, i sentir que quadrimestre a quadrimestre ets capaç de crear el desafiament, afrontar-lo, superar-lo, aprendre en multitud d'àmbits diferents i establir relacions entre les dues disciplines és un privilegi a l'abast de ben pocs.

En resum, podríem dir que l'enginyeria em va aportar quins eren els reptes on jo volia contribuir a la societat, les matemàtiques em van ensenyar com orientar aquests reptes i la doble titulació em va fer créixer en autogestió.

Quan vaig acabar la carrera vaig decidir treballar a l'empresa privada i fer-ho en l'àmbit de l'enginyeria, preferiblement en una gran empresa i aplicant els idiomes, així que vaig iniciar la meua carrera professional a Seat.

En una primera etapa, vaig treballar en l'àrea d'operacions i després a gestió de producte, i en els dos casos la formació multidisciplinària em va aportar agilitat, pragmatisme

i una capacitat d'execució diferencial: gràcies als coneixements adquirits a l'enginyeria, vaig ser capaç d'identificar i gestionar reptes i oportunitats del món industrial, en particular de l'automoció, amb celeritat i criteri; en el primer cas, quant a la producció d'un vehicle a gran escala i, en el segon, pel que fa a la complexitat en el desenvolupament d'un automòbil. Alhora, atès que eren entorns professionals amb molts enginyers i enginyeres, les matemàtiques em van permetre diferenciar-me aportant versatilitat i diversitat a l'equip en la manera d'abordar els projectes, agafant distància i perspectiva (abstracció) per estructurarlos de forma integral, exhaustiva, clara i ordenada.

Aquesta versatilitat l'he pogut experimentar també durant l'etapa en què he cursat l'Executive MBA a IESE Business School. La diversitat de perfils en el màster és molt elevada, i la formació en enginyeria i matemàtiques m'ha facilitat situar-me, de forma gairebé natural i involuntària, en la intersecció de diferents camps, entre perfils que tendeixen a centrar-se en models més aviat teòrics i perfils que s'inclinen més pel realisme i l'execució.

Actualment, com a mànager d'Estratègia Corporativa a Seat, la formació interdisciplinària ha deixat de ser una característica diferencial en mi per esdevenir un actiu absolutament necessari per exercir la meua feina amb qualitat, rigor i èxit. En la societat actual les fronteres entre indústries i sectors són cada vegada més difuses, els reptes més complexos, i és imprescindible tenir visió estratègica i connectar punts aparentment inconnexos per localitzar oportunitats de mercat (aspecte més propi de la meua vessant matemàtica), alhora que resulta clau ser especialista de cada camp per construir aquestes oportunitats. Tendències globals com són la digitalització (o en particular per a l'automoció, la mobilitat autònoma i connectada) han pres rellevància en el moment actual, i la formació en matemàtiques em permet treballar-hi amb confort i seguretat, mentre que per afrontar el tercer gran desafiament en l'automoció, el vehicle elèctric, sovint faig servir els coneixements adquirits a l'enginyeria en l'àmbit de la tecnologia elèctrica, l'energia i el medi ambient per poder-hi construir oportunitats.

## Malena Sabaté (UAB) Grau en Física i grau en Matemàtiques

Si faig un esforç i viatjo al cap de la persona que, fa 7 anys, va triar començar física i matemàtiques a la Universitat Autònoma de Barcelona encara puc sentir un regust melancòlic d'entusiasme barrejat amb por. Jo volia ser física, amb majúscules, i les matemàtiques eren només una eina per portar-me més lluny. En aquell moment, però, em sentia tan perduda com els meus companys en busca d'un futur, i així ho reflectia la meva llista d'opcions després de la selectivitat, un pastitx capritxós que després de la doble titulació, anava des d'arquitectura fins a periodisme.



Recordo que la idea de fer dues carreres m'espantava al principi. L'alta nota de tall em feia pensar en un ambient marcat per la competitivitat, que em podia generar una pressió que no estava disposada a suportar. Per sort, res més lluny de la veritat! De fet, el més remarcable de la meua carrera és que em vaig trobar amb un grup de companys increïbles,

i un cos docent a joc. Durant uns anys, vaig estar acompanyada per gent amb interessos ben variats, amants de la cultura, de l'aprenentatge, i del viure bé. Va ser indubtablement a través de tota aquesta gent que vaig començar a projectar-me fent recerca, i crec que mai no els podré estar prou agraïda. No sé com va ser l'experiència per als meus companys, però per a mi la combinació de companyonia i de llargues tardes de treball em va ensenyar molt més que matemàtiques. De fet, el treball en grup i la capacitat de col·laboració marquen ara una clara diferència en la meua manera d'entendre la investigació.

D'altra banda, no va ser fins després d'haver acabat que vaig saber valorar la qualitat del grau. Ara curso un doctorat a la Universitat de Bath; en un programa anomenat SAMBa, que combina diferents camps de les matemàtiques i té una vessant aplicada molt potent. Aquí m'he adonat que la formació interdisciplinària està molt ben valorada a l'estranger, i per una bona raó! Treballant amb gent provinent de diferents orígens i àmbits, he après a utilitzar i valorar la visió més global que m'ha donat la meua formació. En concret, la intuïció especial per molts conceptes matemàtics que ve donada pel coneixement de fenòmens físics relacionats. I em refereixo tant a idees abstractes com la definició de densitat de probabilitat, d'entropia o d'informació, o a conceptes més aplicats, com ara el funcionament de la majoria d'algoritmes d'optimització.

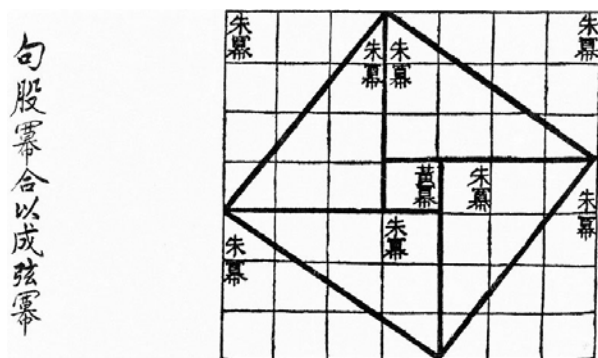
Així, només puc somriure a la persona que va triar fer la doble titulació a l'Autònoma fa un temps, amb tots els seus dubtes, i assegurar-li que sí, que va ser una decisió plena de futur.

## El color en les matemàtiques

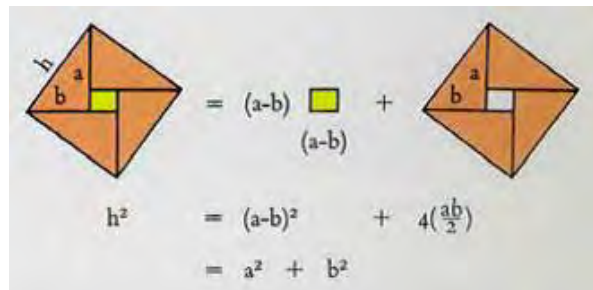
Maria Alberich Carramiñana  
Universitat Politècnica de Catalunya

En aquest article reflexionarem sobre el paper que té el color en les matemàtiques. Segurament, de seguida ens ve al cap la pregunta: quin interès té el color en les matemàtiques?, i en ciència i tecnologia, en general?

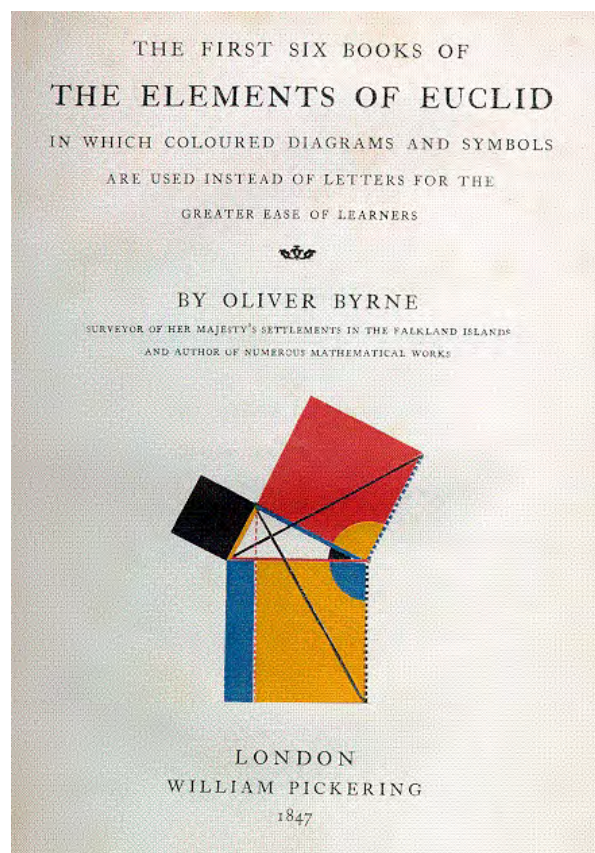
Qui de nosaltres no ha assenyalat elements geomètrics en una figura en colors diferents per seguir més fàcilment el raonament d'una demostració? Moltes vegades uns colors ben triats que il·lustren un dibuix són més entenedors que mil paraules d'una demostració. Aquest recurs s'usa en matemàtiques des de temps immemorials. El tractat xinès més antic de matemàtiques *Chou Pei Suan Ching* (que recull problemes matemàtics des del segon mil·lenni abans de Crist) inclou una demostració visual del teorema de Pitàgores usant un únic i simple diagrama.



Segons Needham i Wang Ling [*Science and Civilisation in China: Mathematics and the Sciences of the Heavens and the Earth*, 1959], en l'època dels comentaristes Liu i Chao (aproximadament 300 dC), que van reeditar aquest tractat, el quadrat petit central estava acolorit de groc, i els triangles rectangles del voltant estaven pintats de vermell. Com fa notar Tufte al seu llibre *Envisioning Information*, els colors estaven pensats per guiar el raonament de la demostració elegant:



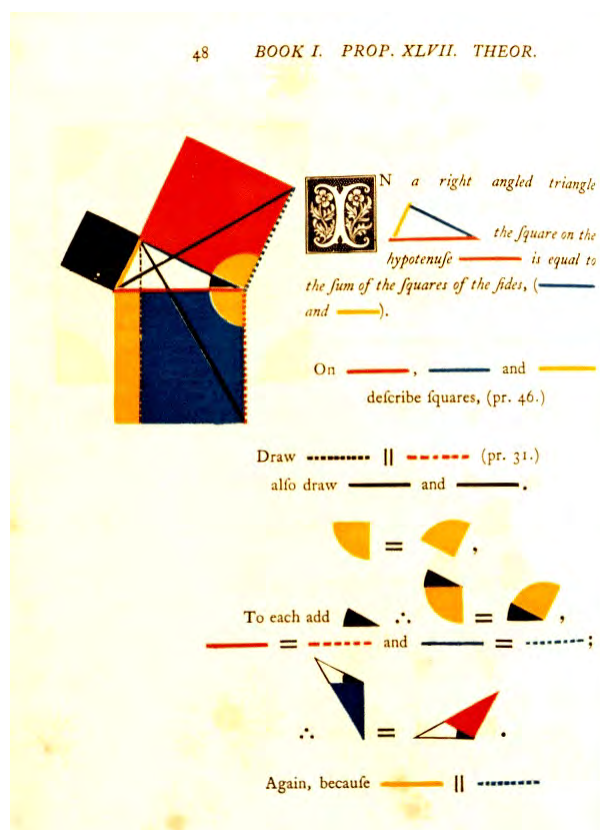
En contrast amb el que acabem de veure, la demostració del teorema de Pitàgores dels *Elements* d'Euclides empra unes cinc-cents paraules. Precisament el 1847 es va publicar a Anglaterra una curiosa edició dels sis primers llibres dels *Elements* d'Euclides a càrrec del matemàtic i docent Oliver Byrne.



El que distingeix l'edició de Byrne de qual-sevol altra és que presenta les demostracions



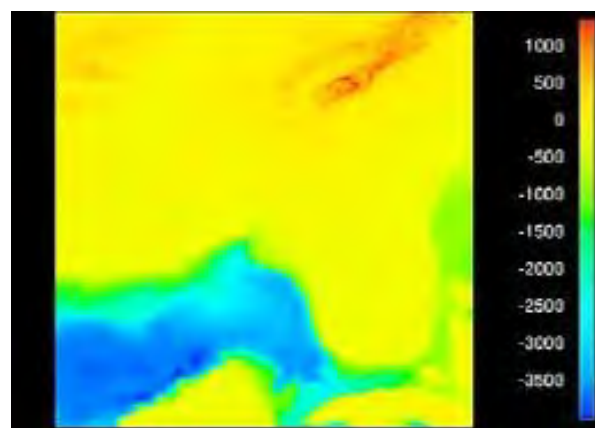
d'Euclides mitjançant dibuixos de colors cridaders, usant el mínim possible de notació i de text escrit. Vegem a continuació una part de la demostració del teorema de Pitàgores d'aquesta edició (extreta de l'enllaç <https://www.math.ubc.ca/~cass/euclid/byrne.html>).



D'altra banda, moltes investigacions científiques i tecnològiques es basen en l'adquisició, en el processament i en l'estudi de dades. Es calibren amb precisió els instruments que s'usen per adquirir dades. S'implementen i s'optimitzen algorismes que processaran aquestes dades. S'estudia el comportament de models que s'usaran per interpretar aquestes dades o per simular els fenòmens que s'estan observant. El final del procés comporta gairebé sempre la visualització d'unes dades, i en aquest punt la tria de colors té la seva importància. Tot i que només podem diferenciar una dotzena de nivells d'intensitat diferent en l'escala de grisos, l'ull humà pot distingir milers de colors diferents. Així podríem diferenciar centenars de nivells diferents de dades, utilitzant colors. El color és, per tant, una eina extremadament poderosa per a la visualització de dades científiques. Com tota eina amb grans avantatges, l'ús del color també representa grans perills.

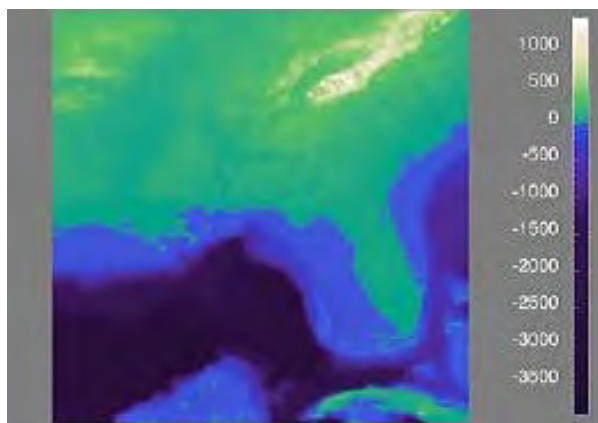
Un ús del color poc encertat pot distorsionar el significat de les dades i pot portar a avaluacions, conclusions o decisions equivocades. Per tant, per aconseguir la representació efectiva i correcta de dades és important conèixer com el sistema visual humà processa la informació del color.

Experimentem-ho mirant les dues imatges que venen a continuació, seguint la proposta de Rogowitz i Treinish a *Why should engineers and scientists be worried about color?*, IBM Research Center, 1996. Totes dues imatges visualitzen el mateix conjunt de dades, però en cadascuna s'ha fet servir una paleta i una aplicació de color diferent. Es tracta de dades topogràfiques i batimètriques de la zona del golf de Mèxic i la península de Florida. Tot i que l'aspecte de les visualitzacions pot semblar ben diferent, les dues aplicacions d'assignació de color són isomorfes.



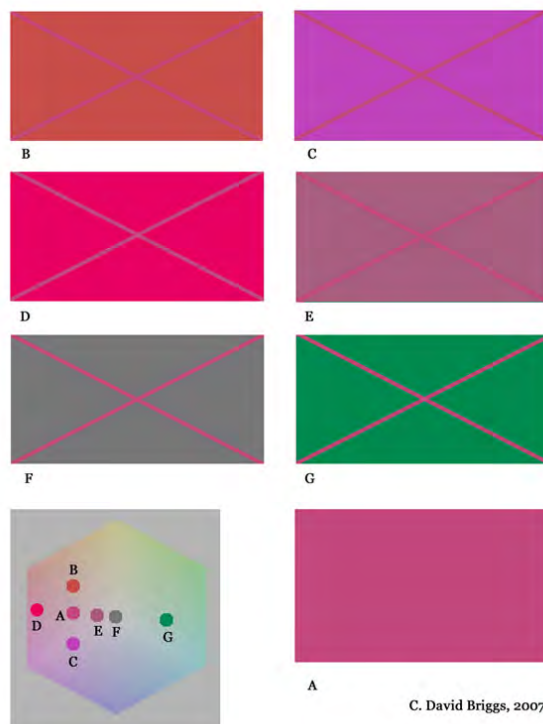
En la primera imatge s'ha utilitzat l'aplicació d'assignació de color estàndard per visualitzar dades, que és la l'arc de sant Martí o de l'espectre (es pot veure la llegenda vertical a la dreta de la imatge). El valor més baix està representat pel blau, el més alt pel vermell, i els valors intermedis s'apliquen de forma contínua a matisos de colors diferents obtinguts per interpolació en l'espai de color vermell-verd-blau (RGB, Red-Green-Blue). La visió humana distingeix els diversos matisos de colors i interpreta estructures diferents en les dades relatives a cada color diferent: una vasta regió groga, limitada per una àrea verda, amb una franja cian a la zona inferior esquerra, i les zones taronges i vermelles. Aquestes estructures percebudes com si fossin diferents són falses o

enganyoses, ja que no hi ha cap canvi abrupte en les dades que les justifiqui. Això es coneix com el *fenomen d'aparició de pseudoestructures* o *d'artefactes perceptius*. És ben comprensible que, per aquest motiu, la comunitat mèdica hagi estat sempre cautelosa en introduir colors a les seves representacions visuals.



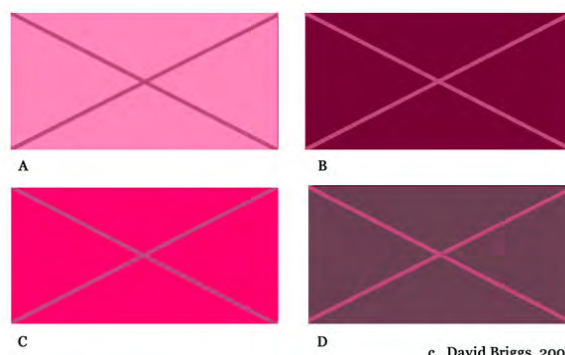
La segona imatge està representada segons una aplicació de color que té en compte les dades representades i el sistema visual humà. En particular, cada interval en les dades de la mateixa magnitud s'ha representat d'un color, de manera que, en variar d'un color a un altre, es percebi per l'ull humà com un canvi de magnitud equivalent al de les dades. A més, en la visualització s'ha diferenciat un llindar en les dades, el valor d'altitud del nivell del mar, que és d'interès especial per a l'usuari. Aquest llindar s'ha fet notar amb el canvi de tonalitats verdes a blaves. Quina de les dues visualitzacions en color ens sembla més adequada?

Hi ha diversos fenòmens interessants relacionats amb el processament de la informació del color per part del sistema visual humà que cal tenir en compte si en volem fer ús, tant en matemàtiques com en art. Un d'aquests fenòmens és que l'aparença visual d'un color rep la influència dels colors que l'envolten. Aquest fenomen s'anomena *contrast simultani*: l'aspecte del color s'allunya del color circumdant en les tres dimensions del color, matís o tonalitat, saturació, i valor o lluminositat. Podem experimentar-ho directament a través de les tres imatges següents extretes del portal web «The dimensions of colour» de David Briggs.



C. David Briggs, 2007

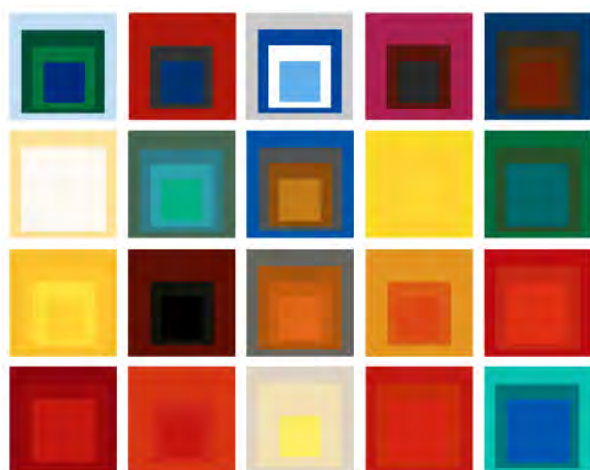
La imatge anterior mostra l'efecte del contrast simultani de tonalitat i saturació. El mateix color vermell-morat (A) es veu més violeta contraposat al vermell (B), més vermell contraposat al morat (C), més baix en saturació contraposat al vermell-morat brillant (D), i progressivament més alt en saturació contraposat al vermell-morat (E), al gris (F) i al verd (G).



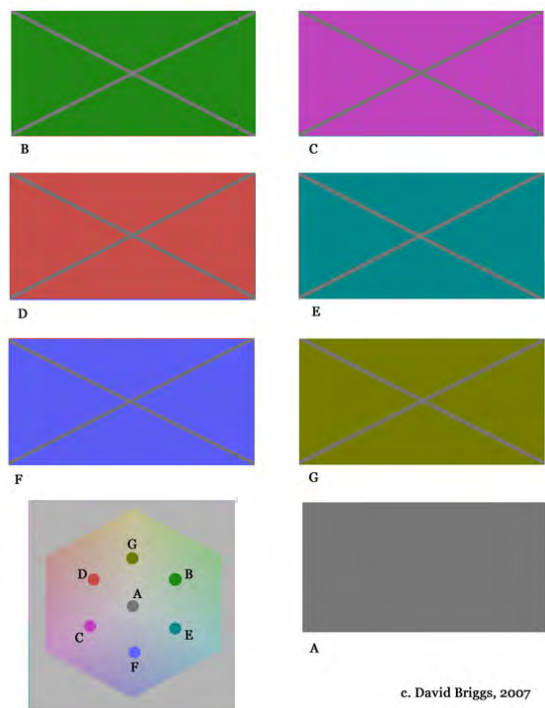
c. David Briggs, 2007

A la figura de dalt podem observar el contrast simultani de lluminositat i de saturació. El mateix vermell-morat d'abans es veu més fosc contraposat a un color més clar (A) i més clar contraposat a un color més fosc (B) de matís i saturació semblants. El canvi d'aparença s'intensifica quan es combina amb un contrast en saturació (C, D). Precisament, aquest efecte va ser utilitzat en les conegudes sèries d'il·lusions

òptiques d'atracció, resistència, pes i moviment, obra de Josef Albers i titulades *Homenatge al quadrat*.



A continuació, la figura de baix il·lustra l'efecte del contrast simultani de matisos. Un gris mitjà (A) es mostra en un fons d'intensitat similar i verd (B), magenta (C), vermell (D), cian (E), blau (F) i groc (G). En cada cas, l'aparença del color gris es mou cap a la tonalitat del complement additiu del color del fons, és a dir, amb un to magenta (B), verd (C), cian (D), vermell (E), groc (F) i blau (G).



Aquesta versatilitat de l'aparença d'un mateix to de gris, que es pot aconseguir segons els colors circumdants, va inspirar la famosa

frase d'Eugène Delacroix: «Doneu-me fang dels carrers i en faré pell d'una Venus d'un color deliciós; només necessito que em deixeu triar els colors que hi posaré al voltant». Un cas especial de contrast simultani de matisos o tonalitat, important per a l'artista, és el fenomen dels colors complementaris en les ombres. En presència d'una llum principal fortament acolorida i d'una llum secundària neutra, els colors en les ombres de la llum principal canvien en aparença cap al complementari del color de la llum. L'efecte d'inducció del complementari és la base de la regla artística convencional que les llums càlides creen ombres fredes, i viceversa.

El contrast simultani és el responsable del conegut problema dels artistes que les barreges de pintura poden semblar molt diferents quan estan sobre la paleta (especialment sobre una paleta blanca) que quan s'apliquen sobre la pintura. Com va dir John Ruskin, escriptor i crític d'art, «cadascun dels tints d'una obra s'altera per cadascuna de les pinzellades que s'afegeixen en altres llocs; de manera que el que fa un minut era càlid, es converteix en fred quan en un altre lloc s'aplica un color més càlid, i el que estava en harmonia, es fa discordant quan s'afegeixen al seu costat altres colors».

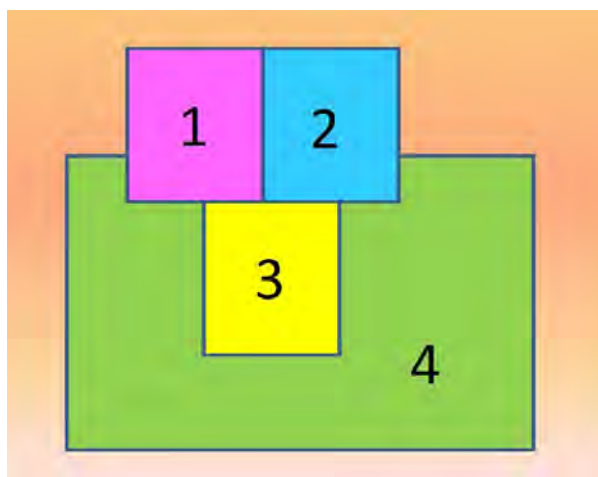
En una obra pictòrica els colors estan tots relacionats. L'artista acostuma a triar abans de començar una obra una gamma cromàtica per a la seva paleta, això és, una família de colors amb certa harmonia entre si. A l'hora de visualitzar dades, és bo tenir en compte les mateixes consideracions.

Continuem amb la nostra reflexió del color en les matemàtiques, ara des d'un altre punt de vista. Aquestes dues paraules, *color* i *matemàtiques*, ens evoquen el famós problema d'acolorir mapes regionals o polítics amb el mínim nombre de colors diferents. S'han de respectar, però, dues regles: la primera és que dues regions que comparteixen un tros de frontera s'han de pintar amb colors diferents; la segona regla és que no estan permeses regions desconnectades. Es tracta del famós problema dels quatre colors, que té una història interessant, i que es pot explicar fàcilment a l'aula, aprofundint més o menys en els raonaments matemàtics que involucra. Tot seguit, us proposo una breu ruta «turística» pel problema dels

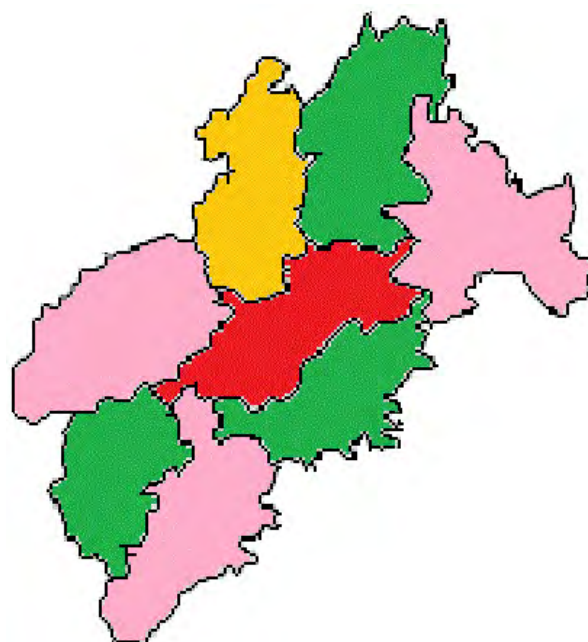
quatre colors, inspirada en part en el capítol «It's a colorful world» del llibre *Euler's gem* (2008) de Richeson.

El problema dels quatre colors es pot presentar a l'aula com un joc entre dues persones, un joc inventat pel matemàtic C. Dogson (1832–1898), més conegut per Lewis Carroll, autor d'*Alicia al país de les meravelles*. La persona A s'ha d'inventar el mapa d'un continent en un full de paper amb un nombre qualsevol de regions. Aleshores, la persona B l'ha d'acolorir de manera que dues regions veïnes (entenen per veïnes que comparteixen un tros de frontera i sabent que tenir en comú només un punt no compta com a «veïns») tinguin colors diferents. L'objectiu del joc és que A ha de dibuixar un mapa prou complicat perquè obligui B a usar molts colors, mentre que B ha de trobar la manera de pintar el mapa amb el mínim de colors que li sigui possible.

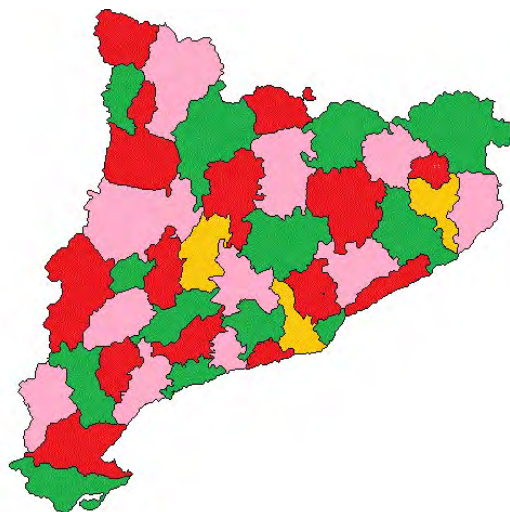
Si plantegem aquest joc a classe, veurem que un mateix mapa pot requerir un nombre més alt o més baix de colors depenent de les tries de colors que es facin a cada pas. Hi ha unes configuracions de regions, a les quals cal parar atenció, tant la persona A (perquè obligarà B a usar més colors dels necessaris si no està prou atenta) com la persona B.



En una superfície plana podem dibuixar fàcilment quatre regions de colors diferents on cada color toca els altres tres, com en el dibuix anterior. Per tant, clarament quatre colors són necessaris, com a mínim. Hi ha una altra manera de forçar l'ús de quatre colors. Vegem-ho amb la porció de mapa de les comarques de Catalunya següent.



Com que la Conca de Barberà (és al mig en vermell) està envoltada per un nombre senar de comarques (el Priorat, les Garrigues, l'Urgell, la Segarra, l'Anoia, l'Alt Camp i el Baix Camp), es necessiten quatre colors per acolorir-les totes.



Si identifiquem les comarques catalanes que tenen aquesta propietat, veurem que són vuit: la Conca de Barberà, l'Urgell, la Segarra, l'Alt Penedès, l'Anoia, el Bages, el Gironès i el Pla de l'Estany. Si comencem acolorint amb atenció aquestes comarques i les seves veïnes, podem aconseguir acolorir el mapa de totes les comarques catalanes amb només quatre colors, usant el quart color només tres vegades.

Pot inventar la persona A un mapa encara més complicat? Pot aconseguir A que B necessiti cinc colors? Veurem tot seguit que és impossible inventar-se un mapa amb cinc regions de colors on cada color toca els altres quatre, és a dir, cinc regions mútuament veïnes. N'hi ha prou per afirmar que només calen quatre colors per acolorir qualsevol mapa?

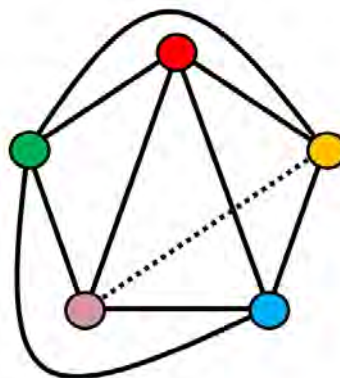
Malgrat que sovint s'atribueixi el mèrit als cartògrafs de ser els primers a adonar-se que només calen quatre colors per acolorir un mapa polític, no hi ha cap evidència en la història de la cartografia que doni suport a aquesta afirmació. Si fullegeu algun atlas, hi trobareu molts colors. El fet de minimitzar el nombre de colors en un mapa no sembla que hagi estat mai una preocupació dels cartògrafs. De fet, si recordem el que s'ha comentat més amunt sobre l'ús del color en la visualització de dades, segurament la preocupació dels cartògrafs deu haver estat, més aviat, evitar repetir colors en zones properes: el mateix color repetit en regions properes pot induir a extreure'n la conclusió errònia que es podria tractar d'una mateixa regió amb dos components desconnectats.

La història del problema dels quatre colors comença el 1852, en què Francis Guthrie, recent llicenciat en matemàtiques, s'adona que el mapa de comarques angleses es pot acolorir només amb quatre colors i es pregunta si això és cert en general. Està tan intrigat pel problema que li pregunta al seu germà Frederick, el qual altra vegada també el comparteix amb el seu professor, el matemàtic A. De Morgan. El problema li agrada tant a De Morgan que en fa publicitat entre els seus col·legues, i és A. Cayley qui en fa difusió en un congrés de la Societat Matemàtica de Londres el 1878. El problema queda recollit a les actes d'aquest congrés, i milers de còpies impreses són distribuïdes arreu del món. Des d'aleshores i gràcies a la simplicitat de l'enunciat, es converteix en el problema favorit de les persones amants de les matemàtiques.

Hi ha un problema relacionat que també es pot proposar a classe, el problema de les cinc princeses, el qual s'atribueix a A. Möbius cap al 1840. Diu el següent: una reina d'un país llunyà i extens va deixar el seu reialme en herència a les seves cinc filles amb la condició que es dividissin el territori en cinc regions de manera que cada regió fos veïna de les

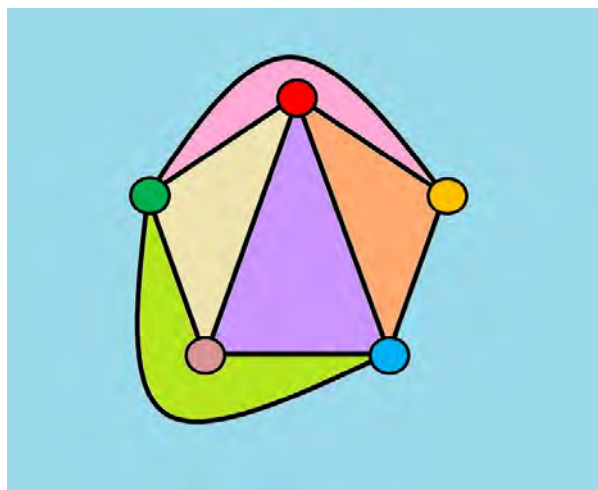
altres quatre. Com es van dividir el reialme les cinc princeses?

La solució del problema de les cinc princeses és equivalent al de l'existència d'un mapa amb cinc regions mútuament veïnes. Suposem que cada princesa estableix una capital al seu reialme i que es construeixen deu carreteres que uneixen cada parella de capitals. Si complir el testament de la seva mare fos possible, es podrien construir les carreteres sense que es tallessin entre si.



Acabem de traduir el problema d'acolorir mapes a un problema equivalent sobre saber si un graf es pot dibuixar sobre un paper sense autointerseccions. Un graf és un objecte format per uns punts, anomenats *vèrtexs*, que fan el paper dels països (i per aquest motiu a la figura anterior hi apareixen en colors diferents), i uns segments, anomenats *arestes*, que fan el paper de les fronteres comunes, o de carreteres entre les capitals dels països que travessen les fronteres comunes. Un graf que es pot dibuixar sobre un paper sense autointerseccions s'anomena *planar*. Així, doncs, el problema de les cinc princeses equival a determinar que el graf del pentàgon i les seves diagonals, que és un graf «famós» en matemàtiques i se'l coneix com a  $K_5$ , sigui planar. De fet, el problema dels quatre colors es pot traduir en un problema de grafs, i aquest ha estat històricament el primer pas de l'estratègia per resoldre'l. Però què es guanya en aquesta traducció del problema inicial dels quatre colors en un altre d'equivalent sobre grafs? En un graf es pot considerar una nova entitat anomenada cara, que és una regió delimitada per arestes, i hi ha una propietat molt útil que relaciona el nombre

de vèrtexs, d'arestes i de cares d'un graf planar connex, i que es coneix com a *fórmula d'Euler*:  $V - A + C = 2$ . En aquesta fórmula es considera la regió exterior infinita que envolta el graf com una cara més. Per exemple, el graf de la figura següent té  $V = 5$ ,  $A = 9$  i, com afirma la fórmula d'Euler,  $C = 2 + A - V = 2 + 9 - 5 = 6$  cares, comptant la cara exterior (pintada de blau clar).



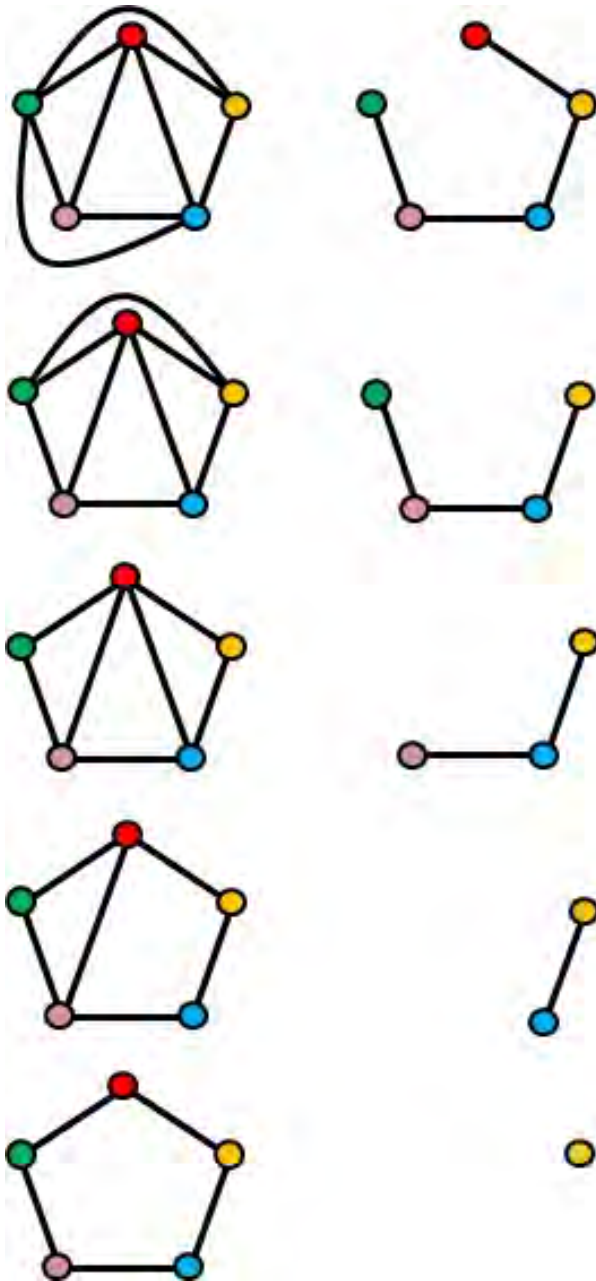
Conclourem que és impossible per a les cinc princeses de complir la voluntat de sa mare. Malgrat que no aconseguim dibuixar el graf  $K_5$  com un graf planar, això no significa que no es pugui fer i cal que ho demostrarem: suposarem que el graf  $K_5$  sí que és planar i arribarem a una contradicció. Segons la fórmula d'Euler, la representació planar de  $K_5$  hauria de tenir  $C = 2 + A - V = 2 + 10 - 5 = 7$  cares. D'altra banda, el graf  $K_5$  no té cap aresta que comenci i acabi en un mateix vèrtex, ni cap parella d'arestes que comencin i acabin en els mateixos vèrtexs. Per tant, la mitjana d'arestes  $m$  que envolten una cara (comptant totes les cares) ha de ser com a mínim  $m \geq 3$ . L'avantatge de considerar la cara exterior infinita es posa ara en evidència, ja que permet afirmar que cada aresta limita exactament dues cares. Per tant,  $2A = mC \geq 3C$ . Però coneixem el nombre de cares  $C = 7$  i d'arestes  $A = 10$ , que si se substitueixen en la desigualtat anterior dona  $20 \geq 21$ , una contradicció. Així, doncs, el graf  $K_5$  no pot ser planar.

Al llarg de la història s'han presentat moltes presumptes demostracions del teorema dels quatre colors (quatre colors són suficients per acolorir un mapa), les quals han resultat ser errònies, perquè donaven per fet que aquest

problema és equivalent a fer que el graf  $K_5$  no sigui planar. Tanmateix, la inexistència d'un mapa amb cinc regions mútuament veïnes només elimina una de les possibles barreres en la demostració del teorema dels quatre colors. Encara resta la possibilitat que es pogués concebre un mapa sense cinc regions mútuament veïnes que no pogués ser acolorit amb quatre colors.

Tornem ara al relat de la història del teorema dels quatre colors. L'any següent que Cayley donés a conèixer el problema, A. Kempe, un alumne seu, anuncia que en té una prova i la publica el 1880. Durant una dècada, la demostració de Kempe és acceptada per la comunitat matemàtica, fins que el 1890 el matemàtic P. Heawood troba un mapa en el qual els raonaments de Kempe fallen. Contràriament a la resta de demostracions falses del teorema que van succeir-se durant els cent anys següents, la demostració de Kempe introdueix raonaments nous i astuts, en els quals es basa la idea de la demostració posterior completa i correcta. Per saber-ne més detalls, recomano les lectures *Euler's gem* (2008) de David Richeson i *¿Cuatro colores son suficientes?* de Marta Macho. És interessant remarcar que la traducció del problema en termes de grafs planars i la fórmula d'Euler són les idees clau de la demostració del teorema dels quatre colors.

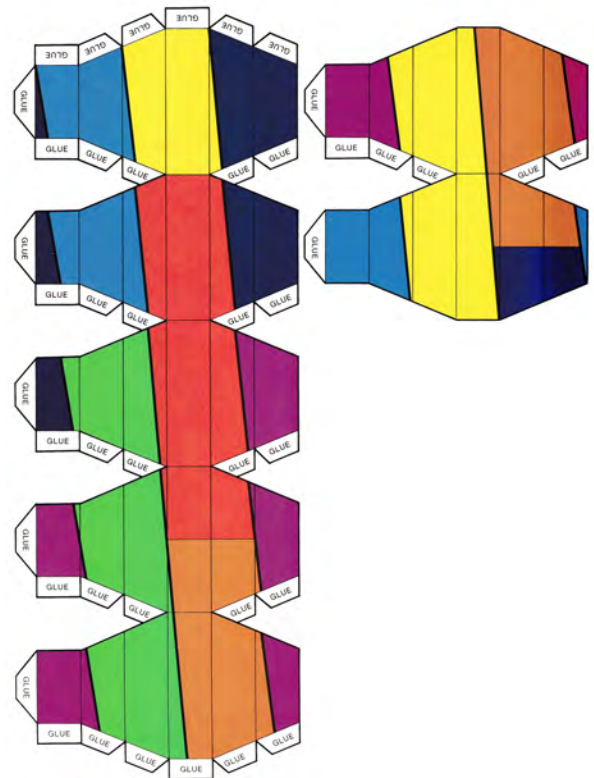
Si es vol presentar i demostrar la fórmula d'Euler per a grafs planars connextos a l'aula de secundària, es pot plantejar un raonament a través d'una visualització que explico a continuació. El dibuix del graf en el pla es pot imaginar com una illa, de la qual es destaquen unes característiques que es poden codificar mitjançant tres nombres  $(V, A, C)$ : el nombre  $V$  de vèrtexs, el nombre  $A$  d'arestes que imaginem com si fossin dics de contenció, i el nombre  $C$  de cares o porcions de terra determinades pels dics (comptant-hi la cara exterior infinita, és a dir, l'extensió de la mar que envolta l'illa). Podem imaginar la mar embravida que transforma l'illa, que en destrueix els dics o les arestes d'una en una. Observem que només hi ha dues maneres d'eliminar una aresta: en eliminar l'aresta s'elimina també una cara, com en la primera columna de la figura següent; en eliminar l'aresta s'elimina també un vèrtex, com en la segona columna de la mateixa figura.



Aquest segon cas, només ocorre quan l'aresta acaba en un vèrtex, al qual només hi arriba l'aresta que s'elimina. En tots dos casos es manté constant la relació  $V - A + C$ , ja que o bé  $V$  i  $A$  disminueixen en una unitat i  $C$  es manté constant, o bé  $C$  i  $A$  disminueixen en una unitat i  $V$  es manté constant. És fàcil endevinar el procés final de les transformacions successives: un únic vèrtex. En aquest cas, la relació és simple:  $V - A + C = 1 - 0 + 1 = 2$ , ja que hem acordat afegir l'extensió de la mar que envolta el vèrtex en el còmput de cares. Com que tot graf planar connex acaba en un vèrtex únic mitjançant les transformacions que hem considerat, i aquestes transformacions conserven la relació  $V - A + C$  el graf

inicial ha de complir, doncs, la mateixa relació que la del vèrtex únic,  $V - A + C = 2$ , és a dir, la fórmula d'Euler.

És curiós que un problema tan senzill d'enunciar com el d'acolorir mapes planars trigués tant a ser resolt, fins i tot, trigués més que el problema d'acolorir mapes en altres superfícies no esfèriques. El problema per a l'esfera és equivalent al del pla, ja que podem passar d'un a l'altre per projecció estereogràfica. Per exemple, en el cas d'un tor, que és una superfície en forma d'anell, tot mapa es pot acolorir amb només set colors. El mateix Heawood, el 1890, demostra que com a màxim se'n necessiten set. El problema es tanca el 1968, en què Ringel i Youngs proven que set és el nombre exacte de colors que es necessiten per acolorir mapes sobre un tor. És un exercici fàcil trobar cinc regions mútuament veïnes sobre el tor. De fet, hi podem trobar fins a set regions mútuament veïnes, feina una mica més entretinguda.



La imatge anterior mostra un desenvolupable del tor acolorit amb set regions mútuament veïnes, el qual es pot trobar al llibre *Mathematical Curiosities 3*, de G. Jenkins i A. Wild, de Tarquin Publications.

Es poden trobar altres propostes més artístiques de set regions mútuament veïnes acolorides sobre objectes que tenen una forma semblant a la del tor, com la tassa que es mostra a la imatge següent.



L'ansa de la tassa té la mateixa forma que l'anell del tor. De fet, amb modificacions «elàstiques» de la forma, es pot transformar una figura en l'altra, com es pot observar a la imatge següent. Matemàticament es considera la tassa i el tor topològicament equivalents, o, en altres paraules, que tenen la mateixa forma.



La història de la demostració del teorema dels quatre colors té un final controvertit, i té alguna cosa a veure amb l'art i amb la filosofia, especialment amb l'estètica. El 1977 K. Appel, W. Haken i J. Koch publiquen les dues parts de la primera demostració completa i correcta del teorema dels quatre colors. Aquests matemàtics havien presentat el seu treball l'any anterior en un congrés de la Societat Americana de Matemàtiques i la resposta de la comunitat matemàtica va ser més aviat freda, molt diferent d'una resposta entusiasta que hom podria

esperar. El motiu va ser que la demostració feia ús de càlcul per computador. Concretament, en els raonaments de la demostració arriben a detallar un conjunt de 1936 grafs diferents, i cadascun d'ells ha de complir una certa propietat. Per efectuar la comprovació de la propietat per a cadascun d'aquests grafs es va programar un ordinador IBM 360 perquè fes els càlculs, el qual va necessitar 1.200 hores per fer-los. La verificació per part d'un ésser humà de la feina que va fer l'ordinador era impossible.



Va ser el primer «gran» teorema demostrat amb l'ajuda d'ordinador. I això va fer que molts matemàtics «purs» trobessin la demostració poc elegant i insatisfactòria. De la mateixa manera que la literatura, la filosofia i l'art, les matemàtiques sempre s'havien concebut com intrínsecament humanes, sense plantejar-se mai la possibilitat que podien ser automatitzades. El 1996, N. Robertson, D. Sanders, P. Seymour i R. Thomas publiquen una nova demostració del teorema dels quatre colors. La seva aportació redueix el conjunt a 633 grafs, però la seva demostració encara requereix l'ajuda del computador. Precisament aquests 633 grafs



han inspirat l'obra *Ugliness* de l'artista Justin Mullins, que podem veure a la imatge anterior. Com comenta l'autor sobre la seva obra, el títol «Lletgesa» es va triar perquè aquest era el sentiment d'una part de la comunitat matemàtica envers la demostració del teorema dels quatre colors: ofenia el seu sentit estètic i la trobaven lletja, bàsicament perquè no aportava

## El teatre a Barcelona

Pep Bujosa

Associació Catalana de GeoGebra

En aquest article vull fer un repàs a la cartellera teatral de Barcelona per comentar i recomanar algunes obres, tenint en compte la data aproximada que aquesta revista arribarà a les vostres mans. No vol ser una llista exhaustiva i les recomanacions són molt personals, però, en tot cas, intentaré argumentar el motiu de la meua tria.

### Obres d'autors clàssics

Entenc per autor clàssic aquell que, encara que no és contemporani, és un referent per al teatre actual per diferents motius. D'aquesta manera, d'acord amb aquesta definició hi podem trobar autors de l'època clàssica grega, però també altres autors d'èpoques històriques més recents.

Un clar exemple d'autor clàssic és **Eurípides** (485–406 aC). Les seves tragèdies tracten de llegendes i esdeveniments de la mitologia d'un temps llunyà i també de les crueltats de la guerra.

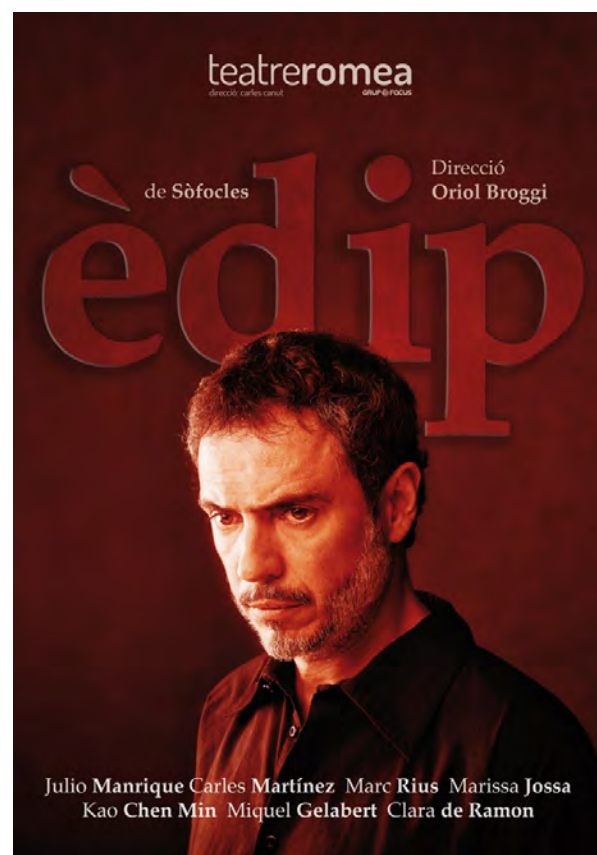
De l'11 de març al 12 de maig podem veure al Teatre Lliure una versió de Lluís Pascual i d'Alberto Conejero de *Medea*, obra que va escriure Eurípides cap al 431 aC. La dirigeix Lluís Pascual, amb un repartiment molt interessant format per Andreu Benito, Roger Coma, Andrés Herrera i Emma Vilarasau, que fa el paper de Medea. En aquesta obra es tracta el tema de la desigualtat entre homes i dones i explica la venjança de Medea davant la injustícia del poder.

Simultàniament i per pocs dies, només del 20 al 25 de març, estarà en cartell al Romea *Troyanas*, una altra de les obres de

llum sobre el motiu pel qual el nombre quatre fos tan especial.

Actualment ja hi ha altres grans teoremes matemàtics que també s'han demostrat amb l'ajuda de l'ordinador. El dia en què escriurem un enunciat matemàtic en un ordinador i ens dirà si és cert o fals està cada vegada més a prop.

l'autor grec. És una versió també d'Alberto Conejero, dirigida per Carme Portaceli, amb Aitana Sánchez Gijón, Míriam Iscla i Pepa Flores en els papers principals. En aquest cas, l'autor ens mostra els desatres de la guerra i identifica les dones com les seves principals víctimes. Aquest espectacle ja va ser presentat en el Grec 2017 i té una gran bellesa plàstica.



L'altre autor grec que trobem a la cartellera és **Sòfocles** (496–405 aC). És considerat el millor dels dramaturgs grecs. Va transformar l'esperit de la tragèdia. A partir d'ell, encara que la religió i la moral van continuar sent

els principals temes dramàtics, la voluntat, les decisions i el destí dels individus van passar a ocupar el centre d'interès.

Al Romea, del 4 d'abril al 20 de maig, podrem gaudir d'**Èdip**, una de les obres més conegudes de Sòfocles. Dirigida per Oriol Brogi i interpretada per Julio Manrique (Èdip), Carles Martínez, Marc Rius, Marissa Jossa, Kao Chen Min, Miquel Gelabert i Clara de Ramon. Recordem que Oriol Broggi va dirigir, precisament, *Incendis*, l'obra *Wajdi Mouwad*, que vaig referenciar en el número 40 d'aquesta revista. És, sens dubte, una de les estrenes més esperades de la temporada.



El proper autor que comentaré és **William Shakespeare**, segurament el millor autor teatral de tots els temps. Va néixer el 26 d'abril de 1564 i va morir 23 d'abril de 1616, segons el calendari julià, o el 3 de maig de 1616, segons el calendari gregorià, que ja era vigent a bona part d'Europa però no a Anglaterra. En total va escriure 38 obres i va canviar totalment el teatre europeu. Després de més de 400 anys, és un autor molt actual i el més representat. Fins i tot, unes 300 pel·lícules s'han basat en obres seves, adaptant-les directament o agafant estructures i idees dels seus arguments, com, per exemple, *Campanadas a medianoche* d'Orson Wells sobre *Enric IV*, *Enric V* i *Les*

*alegres comares de Windsor*; *Trono de sangre* de Kurosawa sobre *Macbeth*; *West Side Story* de Jerome Robbins i Robert Wise sobre *Romeu i Julieta*; *Ran* de Kurosawa sobre *El rei Lear*, o *El rey León* de Rob Minkoff sobre *Hamlet*.

En aquest final de temporada, la Seca-Espai Brossa presenta versions de tres obres de Shakespeare. Són tres muntatges innovadors que tenen molt bona pinta. En primer lloc, **Macbeth**, que estarà en cartell fins a l'11 de febrer. La companyia Teatrebrik adapta l'obra a un món hostil, un desert d'un temps postapocalíptic, amb escassetat d'aigua i on els enfrontaments per la supervivència se succeeixen. A continuació, i a la mateixa sala, ens arriba **La tempesta**, considerada el testament artístic de Shakespeare. Serà representada del 4 d'abril al 6 de maig per la companyia Projecte Ingenu, que ja ha demostrat una gran experiència en posades en escena d'altres obres de l'autor anglès, com *Hamlet* i *Romeu i Julieta*. Finalment, ens arribarà **Otel·lo**, que representarà la companyia Les Antonietes del 30 de maig al 24 de juny a la mateixa sala.

Si avancem en el temps, ens trobem un clàssic del segle XIX, que també serà present en la programació dels propers mesos. Em refereixo a l'autor irlandès **Oscar Wilde** (1854–1900). El Teatre Nacional presenta **La importància de ser Frank** del 3 de maig al 10 de juny. Precisament, només tres mesos després d'haver estrenat aquesta comèdia, Oscar Wilde va ser condemnat a dos anys de presó per pràctiques homosexuals. L'escriptor, que ja no es refaria d'un cop tan dur, havia denunciat sovint la hipocresia d'una societat cada cop més conservadora i controladora sobre la intimitat dels seus ciutadans. Una hipocresia que, de manera premonitòria, esdevindria la protagonista d'aquesta deliciosa obra mestra sobre els embolics amorosos de dos joves britànics i les seves secretes dobles vides. Serà dirigida per David Selves i amb un repartiment format per Laura Conejero, Miki Esparbé, Mia Esteve, Paula Jornet, Paula Malia, Norbert Martínez i David Verdager.

Un altre dels clàssics que trobem en aquest recorregut és **Àngel Guimerà** (1845–1924) amb l'obra **Sol solet**, dirigida per Carlota Subirós. La podem veure al Teatre Nacional del 8 de març al 8 d'abril. La directora torna a acostar-se al teatre d'Àngel Guimerà per

capbussar-se aquesta vegada en una de les obres més tèrboles i desconegudes del dramaturg, on la poderosa vitalitat sexual de la seva protagonista dona lloc al naixement d'un dels personatges femenins més fascinants del teatre català. Serà interpretada per Mercè Arànega, Laura Aubert, Javier Beltran, Pepo Blasco, Roger Casamajor i Ramon Pujol.

### Adaptacions curioses

A continuació, us presento dues adaptacions teatrals de novel·les ben conegudes que es representaran a Barcelona. Al Teatre Goya podem veure, fins al 4 de març, l'adaptació que ha fet Juan Cavestany de *Moby Dick* de Herman Melville i que dirigeix Andrés Lima. Un dels principals al·licients d'aquesta representació és l'actuació de Josep Maria Pou en el paper del capità Ahab.

Una altra adaptació destacable és la que ha fet Guillem Morales de la novel·la *Frankenstein* de Mary Shelley, que dirigirà Carme Portacelli al Teatre Nacional fins al 25 de març. En el repartiment trobem Joel Joan, Àngel Llàcer, Lluís Marco, Albert Triola, Magda Puig i Pere Vallribera.



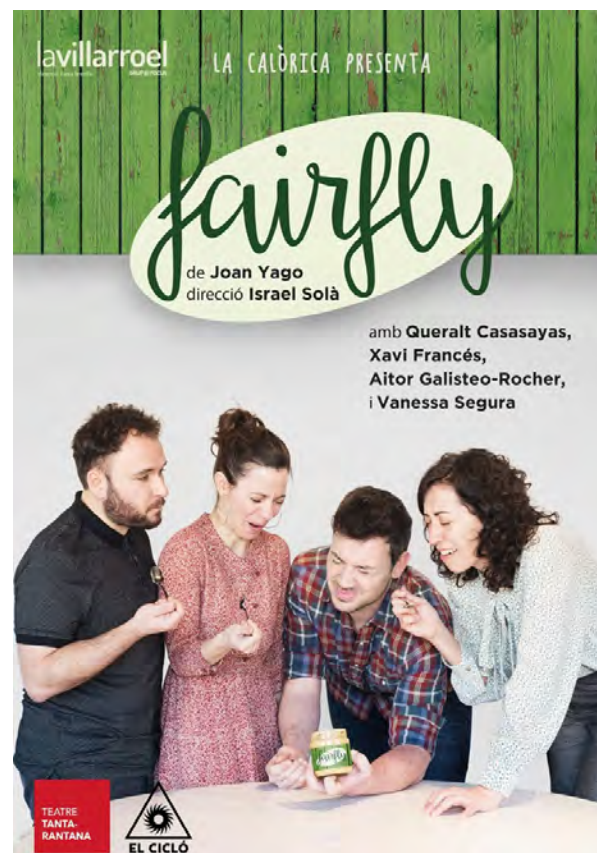
### Obres d'autors contemporanis

Passo ara a destacar algunes obres d'autors contemporanis que podem veure.

El Teatre Lliure presenta, fins al 18 de març, *Si mireu el vent d'on ve* (*Comfort me with apples*) de Nell Leyshon amb dramaturgia de Marc Rosich, dirigida per Fernando Bernués i amb Clàudia Cos, Eduard Farelo, Lluís Marquès, Laura López i Emma Vilarasau.

També al Lliure podem veure, des del 21 de març fins al 14 d'abril, *El sistema solar* de

Mariana de Althaus, dirigida per Carol López i protagonitzada per Nausica Bonnín, Aina Clotet, Marc Clotet i Guillermo Toledo.



Més endavant, del 7 al 30 de juny, al mateix Lliure, ens retrobem amb una reposició molt esperada. Es tracta de *In Memoriam. La quinta del biberó*, escrita i dirigida per Lluís Pascual. En aquesta emotiva obra, l'autor ens relata la història d'un grup de nois que van ser enviats a la batalla de l'Ebre quan tenien només 17 anys. Podrem gaudir de la interpretació de joves talents de la Kompanyia del Lliure, com Joan Amargós, Enric Auquer, Quim Àvila, Eduardo Lloveras, Lluís Marquès i Joan Solé.

Una menció especial ha de tenir l'obra que dirigirà Ferran Utzet, matemàtic, al qual vaig entrevistar en el número 39 d'aquesta revista. Es tracta de *Sopa de pollastre amb ordi*, escrita el 1956 pel dramaturg anglès Arnold Wesker. Descriu la vida de la família Kahn entre el 1936 i el 1956, jueus de classe obrera, comunistes convençuts, que veuran com els seus ideals es van erosionant amb el pas del temps.

L'obra que, de ben segur, tindrà un contingut més matemàtic és *El misteri de Fermat*

escrita i dirigida per Albert Alemany i que es podrà veure al Teatre Almeria a partir del 9 d'abril.

Per acabar aquesta selecció tan personal, ho vull fer amb una gran comèdia. Es tracta de *Fairfly* de Joan Yago, dirigida per Israel Solà. Després de l'èxit de la temporada passada, es torna a representar i es podrà veure del 17 de maig al 17 de juny a la Sala Villarroel.

## Relat breu: La meitat de la coca

Gemma Brunat  
Correctora i traductora

—Papa, quina meitat de la coca vols?, la grossa o la petita?

—Filla meva, això és impossible.

Era impossible en el seu cap matemàtic —amb un somriure, esclar—. No crec que gaires mortals m'haguessin fet notar la incoherència. Suposo que vaig tocar l'ase. Però no li faltava raó, al meu pare.

El meu pare em demana que li revisi un article o un capítol d'un llibre. Mira, t'has deixat un accent. Goita, crec que puntuat així s'entendrà millor. Té, un ball de lletres. Em sembla que aquí convé reordenar la frase. «Ostres, quina badada», fa, dolgut. «I tant, gràcies», respon de vegades. «Oh, no, no, això ha de quedar així», diu també, «per això i per allò altre». Debatem, sí. Però el text és clar i endreçat.

Hi ha majúscules i minúscules en cursiva. Lletres gregues. Superíndexs i subíndexs. Trencats, parèntesis, claus, claudàtors. Funcions, equacions, expansions, sèries, conjunts, polinomis, polígons, triangles, circumferències. Què n'entenc? Res. Gairebé res —fa vergonya, la incultura—.

Penso que ben sovint a les pel·lícules o als còmics veiem símbols i raonaments matemàtics que omplen bafarades i pissarres sense deixar espais en blanc, tot ben amuntegat, un núvol de gargots atapeïts i abarrotats, un garbuix descomunal, atordidor i envitricollat per transmetre la complexitat i la impenetrabilitat d'aquest món de savis. I, en canvi, que polits que són aquests textos. Proposició, demostració, lema, demostració, lema, corol·lari, remarca. Com formigues obedients que avancen en filera, un

És una comèdia molt divertida que ens mostra les dificultats que tenen uns joves emprenadors plens d'ideals per obrir-se camí en un món dominat per unes multinacions sense escrúpols. Està interpretada per Queralt Casasayas, Xavi Francés, Aitor Galisteo-Rocher i Vanessa Segura. Són quatre actors joves que, amb una gran vitalitat, mantenen perfectament el ritme i fan que la representació sigui inoblidable.

pas darrere l'altre. I res de floritures supèrflues. D'acord amb tal cosa, si es dona això, aleshores allò, és a dir que tal altra cosa, per tant, vet aquí la conclusió. No n'entens res, però hi intueixes la bellesa de l'ordre. La bellesa de l'ordre dels rodets de fils de colors ben arreglerats a l'expositor de la merceria en harmonia cromàtica. Cap garbuix.

Recordo expressions que sortien de la boca d'uns pares matemàtics i s'escolaven a les orelles dels fills. Una habitació no estava desendreçada, sinó que tenia un grau elevat d'entropia. No es volia una porció petita de pastís, sinó un èpsilon. I després hi ha aquell plugim terminològic i antroponímic que tan sols forma damunt teu una primíssima capa superficial, amb prou presència perquè la notis, però massa fina perquè et xopi fins al moll de l'os. I és així com faig meus, tots barrejats en un calaix de mals endreços, els grafs de Cayley, els determinants, la teoria de jocs, el teorema de l'amistat, Emmy Noether, el tercer problema de Hilbert.

Això és el que conservo de les matemàtiques: l'admiració sincera per la condícia i un popurri d'expressions pràcticament sense context.

O potser no. Potser no saps que ensumes matemàtiques inconscientment, com ensumes l'olor de casa teva —que només saps percebre quan obres la porta després de ser fora uns quants dies—. Veig aquell professor d'universitat, fa tants anys, que en tornar-me un treball corregit va apuntar: «M'agrada com escrius, perquè dius només el que cal.» Veig el meu company de despatx, que va fer un silenci

després que jo acabés una frase; llavors, el va omplir amb un somriure, i em va dir, mirant-me als ulls: «Això només ho pot dir una filla de matemàtics.»

**Nota de l'editor:** Aquest relat breu és un capítol extret del llibre *Pantone 569*, de Gemma Brunat, obra premiada amb un accèssit

al III Concurs Internacional d'(Auto)biografies Lingüístiques 2016, convocat pel Grup d'Estudi de Llengües Amenaçades (UB), L'Alzinar, la Fundació Aurèlia Figueras i la Xarxa Vives d'Universitats. Aquest llibre es pot consultar en línia a: [https://issuu.com/gemmabrunat/docs/pantone\\_569\\_versi\\_\\_2](https://issuu.com/gemmabrunat/docs/pantone_569_versi__2)

## Racó biogràfic

### Pietro Mengoli (1627–1686), un matemàtic singular

M. Rosa Massa Esteve

Universitat Politècnica de Catalunya

Pietro Mengoli, que a la seva època era anomenat el *matemàtic bolonyès*, va ser un deixeble de Bonaventura Cavalieri (1598–1647) que va crear el mètode dels indivisibles per calcular quadratures. Mengoli coneixia bé les obres matemàtiques més importants del seu temps i els seus treballs responen a les preocupacions intel·lectuals del moment. Cal assenyalar que la seva producció científica queda emmarcada entre l'aparició de les obres *In Artem Analyticen Isagoge* (1591) de François Viète i *La Géométrie* de René Descartes (1596–1650) i les obres sobre el càlcul infinitesimal de Gottfried Wilhelm Leibniz (1646–1716) del 1684 (vegeu la figura 1).

Mengoli va néixer a Bolonya l'any 1626 o 1627. Encara que Fantuzzi (1788) afirma que va morir el 7 de juny del 1686 als 60 anys, en el llibre de batejos consta que va néixer el 10 de juliol de 1627.

Els anys més prolífics de Mengoli van coincidir amb el declivi de l'escola galileana i amb la desaparició dels principals protagonistes de la revolució científica italiana: Galileo Galilei (1564–1642), Benedetto Castelli (1577–1643), Evangelista Torricelli (1608–1647) i el seu mestre Cavalieri.

Hem de considerar la vida científica de Mengoli dividida en tres parts, fins l'any 1660, del 1660 al 1672, i des de l'any 1672 fins a la seva mort el 1686, etapa en la qual Mengoli, a banda de diversificar el camp de les seves investigacions, començà a deixar de ser citat en els cercles científics per quedar cada vegada més aïllat dels seus contemporanis.



Figura 1. Pietro Mengoli (1627–1686)

### Universitat de Bolonya (1648–1660)

El nom de Mengoli apareix en el registre de la Universitat de Bolonya en el període 1648–1686, en el qual havia substituït el seu mestre Cavalieri en la càtedra de mecànica.

Es va graduar en filosofia el 1650 i tres anys més tard, en lleis civils i canòniques.

En aquest primer període va escriure tres obres de matemàtica pura: *Novae Quadraturae Arithmeticae seu de Additione Fractionum* (Bolonya, 1650), *Via Regia ad Mathematicas per Arithmetiçam, Algebram Speciosam et Planimetriam ornata, Maiestati Serenissimae D. Christinae Reginae Suecorum* (Bolonya, 1655) i *Geometriae Speciosae Elementa* (Bolonya, 1659).

La *Novae Quadraturae Arithmeticae*, obra del 1650, apareix citada en moltes cartes dels

científics europeus i va provocar una discussió entre Leibniz i Henry Oldenburg (1615–1677), secretari de la Royal Society, sobre les sèries que va sumar Mengoli. L'obra tracta de sèries infinites, calcula les seves sumes i demostra les seves propietats. En el prefaci (12 pàgines sense numerar) demostra la divergència de la sèrie harmònica. A més del prefaci, consta de tres llibres en què els resultats s'ordenen en ordre creixent de dificultat. En el primer llibre, estudia les sèries de fraccions amb denominadors d'expressió actual:  $n(n+1)$ , que ell anomena *números plans*, amb  $n$  número natural, i demostra que la seva suma infinita val 1. En el segon llibre, tracta les fraccions amb denominadors  $n(n+1)(n+2)$ , que ell anomena *números sòlids*, amb  $n$  número natural, i demostra que la seva suma infinita val  $1/4$ . En el tercer llibre, s'estudien sèries més generals.

L'any 1655, Mengoli escrivia en vers una obra titulada *Via Regia ad Mathematicas per Arithmetiam, Algebram Speciosam, & Planimetriam, ornata Maiestatae Serenissimae D. Christinae Reginae Suecorum* dedicada a la reina Cristina de Suècia, en la qual li explicava una «via reial» per entendre les matemàtiques. En aquesta obra, Mengoli dividia les matemàtiques en tres parts: l'aritmètica, en la qual explicava les operacions amb els nombres; l'àlgebra especiosa, en la qual mostrava com utilitzar les lletres per resoldre equacions, i la planimetria, en la qual tractava de figures planes i les seves propietats. Mengoli assumia l'àlgebra com una part de les matemàtiques juntament amb l'aritmètica i la geometria. Encara que en l'obra no definia aquests termes, sí que explicava el terme *àlgebra especiosa* i en remarcava la utilitat.

Aquesta actitud cap a l'àlgebra difereix profundament de la del seu mestre Cavalieri, i de la d'altres com Torricelli que, en els seus escrits, exclouen deliberadament els càlculs algebraics. Al començament de la segona part de la *Via Regia*, dedicada a l'àlgebra especiosa, Mengoli la descrivia com un art d'aquesta manera (Mengoli, 1655, 19):

Sobre la utilitat de l'àlgebra especiosa:

«Una sola entre les matemàtiques s'anomenarà àlgebra especiosa, un art en el qual res s'amaga al que investiga. Si preguntes, «si és o no és», consisteix a respondre la veritat;

si preguntes «quant és», aquest art ho fa prou satisfactòriament. Ja que als nombres genèrics [aquest art] els proporciona maneres aptes per fer i per provar les coses fetes i dites. Així és, a saber, que hi intervindran dos tipus de nombres generals, aquells que busques [incògnites] i aquells que pots donar [dades] arbitràriament.»

En aquest punt del desenvolupament del seu pensament, Mengoli considerava l'àlgebra sobretot un art per demostrar resultats ja coneguts més que un mètode per obtenir-ne de nous. Les seves idees sobre aquest llenguatge simbòlic s'entendran millor en les seves obres posteriors *Geometriae Speciosae Elementa* (1659) i *Circolo* (1672), en què desenvoluparà el llenguatge algebraic de Viète per obtenir nous resultats, entre els quals un nou mètode de quadratures.

### Prior de Santa Maria Magdalena (1660–1672)

L'any 1660 va ser ordenat sacerdot i, des d'aquest moment i fins a la seva mort, va ser prior de l'església de Santa Maria Magdalena de Bolonya. Encara que entre 1660 i 1669 no va publicar res, a partir del 1670 van tornar a aparèixer obres seves: *Refrattioni e parallase solare* (Bolonya, 1670), *Speculationi di musica* (Bolonya, 1670) i *Circolo* (Bolonya, 1672).

En aquells anys la nova filosofia experimental es va introduir a Bolonya d'una manera organitzada (Cavazza, 1980: 105–123). Així, podem citar Geminiano Montanari (Mòdena, 1633 – Pàdua, 1687), astrònom, geofísic, biòleg, que va ocupar la càtedra de Matemàtiques de Bolonya; el 1664 i els catorze anys passats allà van ser els més fructífers de la seva vida. El matemàtic Montanari en un intent d'emular la Royal Society of London, el 1665 fundà l'Accademia della Traccia (Tabarroni, 1971: 485–487). En una carta a la Royal Society, Montanari explica que «a partir dels experiments obtindran els axiomes i a partir dels axiomes, nous descobriments». El metge Malpighi i l'astrònom Cassini també en formen part. Què fa Mengoli? Mengoli està retirat a la seva església de Santa Maria Magdalena i l'única activitat en què col·labora és en l'astronomia. Mengoli feia observacions sobre els astres, eclipses, cometes... per trobar el «curs» del sol, amb la meridiana de Sant Petroni. Tots

els càlculs i les observacions que va fer Mengoli a Sant Petroni es troben en un llibre de l'any 1670 titulat *Refrattioni e Parallaxe Solare*.

L'obra, escrita en italià, té 64 pàgines, 28 pàgines de taules de paral·laxis del sol i de les declinacions dels punts de l'eclíptica. Conté, també, les seves observacions a la meridiana de Sant Petroni des de l'any 1655 fins a l'any 1668, i altres observacions anteriors fetes a diferents llocs i per diversos autors. Encara que el llibre és d'astronomia i inclou un gran nombre de taules i observacions, Mengoli el presenta com un llibre de matemàtiques tot seguint una estructura euclidiana. D'aquesta manera, consta de 7 definicions, 2 axiomes, 3 suposicions, 25 proposicions i 5 observacions.

Mengoli devia ser un observador poc acurat ja que el 1670, quan va escriure *Refrattioni e parallaxe solare*, s'havia equivocat en els resultats d'algunes taules, fet que Cassini li va fer notar (Oldenburg, 1986: vol VII, 332-335). Cassini va criticar durament els principis i les conclusions que es deriven del llibre de Mengoli, en la tercera carta de les tres que, amb el títol complex *De solaribus hypothesibus et refracti-onibus epistolae tres*, es van publicar el 1692 a la *Miscellanea italica physico-mathematica* a Bolonya, o sigui que es van publicar quan Mengoli ja s'havia mort. Tanmateix, el 1672 Malpighi havia enviat a Oldenburg aquesta missiva que va ser publicada i comentada a les *Philosophical Transactions* (1672: 5001-5002; Baroncini i Cavazza, 1986: 37).

La *Speculationi di Musica* (Bolonya, 1670) és, després de la *Novae*, la segona obra de Mengoli més citada en la correspondència europea i és en la qual comença la part més filosòfica de la carrera de Mengoli. Aquí ens parla per primera vegada dels motius de la seva filosofia natural. L'obra té 300 pàgines, dividides en 25 capítols que anomena *especulacions*. Hi podem trobar una teoria del so original, el rebuig de la teoria de la consonància de Galileu i l'extraordinària fisiologia de la percepció musical que Mengoli fonamenta sobre l'existència de dos timpans a l'orella humana. Per demostrar-la, Mengoli va fer una dissecció de l'orella amb Galeatio Manzio, mestre d'anatomia de la Universitat de Bolonya. Per justificar la seva teoria del so, Mengoli utilitza els logaritmes. Aquesta obra sobre música va ser comenta-

da i parcialment traduïda a les *Philosophical Transactions*, número 100, després d'una espera llarga dels científics londinencs que volien llegir el llibre.

Pel que fa al *Circolo* (1672), la descriurem més endavant en tractar el singular mètode de quadratures.

### Últims anys (1672–1686)

Aquestes darreres obres ja reflecteixen el nou propòsit de Mengoli d'investigar, no únicament sobre matemàtiques pures, sinó també sobre matemàtiques mixtes, com ara l'astronomia, la cronologia i la música. A més, la seva investigació estava clarament dirigida a justificar els escrits bíblics i a fer apologia de la fe catòlica. Mengoli va continuar en aquesta línia, publicant dues obres sobre cosmologia i cronologia bíblica: *Anno* (Bolonya, 1673) i *Mese* (Bolonya, 1681), i les *Arithmetica rationalis* (Bolonya, 1674) i *Arithmetica realis* (Bolonya, 1675), sobre lògica i metafísica.

Gràcies a les cartes editades fa pocs anys per Baroncini i Cavazza (1986), podem conèixer millor els pensaments de Mengoli en aquest darrer període. Entre les cartes editades (64), totes elles de Mengoli, des de l'any 1674 fins al 1686, i de les quals no hi ha les respostes, 54 eren adreçades a la mateixa persona, concretament a Antonio Magliabechi (1633-1714), que era bibliotecari a Florència i, en certa manera, el contacte entre Mengoli i el món científic italià de l'època. Les cartes revelen que Mengoli, cap al final de la seva vida, se sentia molt sol i el neguitejava el pensament que les seves obres no fossin llegides per ningú.

Encara que en la correspondència queda ben palès que les obres de Mengoli eren conegudes i esperades a Europa, mentre encara vivia, sembla que va morir aïllat i ignorat.

### El singular mètode de quadratures

Les obres més importants sobre quadratures van ser *Geometriae Speciosae Elementa* (1659, en endavant *Geometria*) i *Circolo* (1672). A la *Geometria* Mengoli calculà i demostrà les quadratures de les figures geomètriques entre 0 i 1 i l'eix *OX* que, per qualssevol nombres naturals *m* y *n*, avui escriuríem

$$(m + 1) \binom{m}{n} \int_0^1 x^n (1 - x)^{m-n} dx = 1.$$

La *Geometria* és una obra de 472 pàgines de matemàtica pura. En aquest volum l'àlgebra va esdevenir una part essencial. El títol ja suggereix el singular desenvolupament de l'àlgebra especiosa que Mengoli anomenà *geometria speciosa*; utilitzant el llenguatge simbòlic de Viète, Mengoli va crear noves eines algebraïques a fi de determinar-ne les quadratures.

Està composta de sis capítols, que l'autor anomena *elements*, i d'una introducció titulada «Lectori Elementario», en què s'explicava cadascun dels capítols per separat. En el primer capítol, titulat «De potestatibus, à radice binomia et residua», Mengoli donava les deu primeres potències d'un binomi, expressades en lletres, tant pel que fa a la suma com pel que fa a la diferència, i explicitava que era possible estendre aquest resultat a potències més grans. El segon, titulat «De innumerabilibus numerosis progressionibus», conté càlculs de nombroses sumes de potències i productes de potències amb una notació pròpia, així com demostracions d'algunes identitats. En el tercer, que té com a títol «De quasi proportionibus», a partir de la definició dels conceptes *raó quasi nul·la*, *raó quasi infinita*, *raó quasi igualtat* i *raó quasi un nombre*, desenvolupava una teoria de quasi proporcions, basant-se en la teoria de proporcions del Llibre V d'Euclides. En el quart capítol, titulat «De rationibus logarithmicis», basant-se també en el Llibre V d'Euclides, elaborava una completa teoria de proporcions logarítmiques. En el cinquè, titulat «De proprijs rationum logarithmis», construïa el logaritme d'una raó amb la teoria anterior i demostrava les seves propietats. Finalment, en el sisè, titulat «De innumerabilibus quadraturis», calculava les quadratures de figures mixtilínies desenvolupant l'àlgebra de Viète a través d'unes taules triangulars i la teoria de quasi proporcions (vegeu la figura 2).

Efectivament, la manipulació aritmètica de les expressions simbòliques va permetre a Mengoli obtenir nous resultats i nous procediments. Per exemple, en el *Elementum secundum*, va inventar una manera d'escriure i de calcular les sumes finites de potències i de productes de potències. No va escriure les sumes de potències donant valors o bé escrivint els nombres amb el signe + i punts suspensius, sinó que va representar els nombres amb lletres. D'aquesta manera, va crear una construcció original i

avantatjosa que li permetés calcular aquestes sumes, que considerava expressions algebraïques noves.

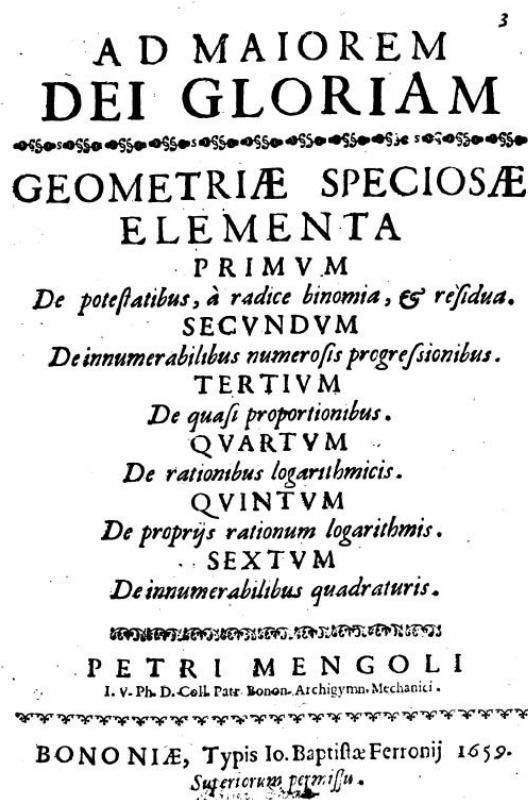


Figura 2. Portada de *Geometriae Speciosae Elementa* (1659)

Va considerar un nombre qualsevol o *tota*, representat per la lletra *t* i el va dividir en dues parts *a* (abscissa) i *r* = *t* - *a* (residu). A continuació, va considerar *tota* igual a 2, 3, ... i va posar exemples fins a 10. És a dir, si *t* és 2, *a* és 1 i *r* és 1. Si *t* és 3, *a* pot ser 1 o 2 i llavors *r* és 2 o 1, respectivament. Si *t* és 4, *a* pot ser 1, 2 o 3, i llavors *r* és 3, 2 o 1, respectivament, i així indefinidament. També va calcular els quadrats i els cubs de *a*, els productes de *a* i *r*, dels quadrats de *a* i *r*, etcètera. Per exemple, si *t* és 3, la suma valdrà 3, ja que és la suma de 1 i 2. Si *t* és 4, la suma valdrà 6, ja que és la suma de 1, 2 i 3, etcètera. Va escriure  $O \cdot a$  per expressar les sumes des de  $a = 1$  fins a  $a = t - 1$ ,

$$O \cdot a = \sum_{a=1}^{t-1} a$$

Mengoli va ordenar totes aquestes sumes de potències i productes de potències en una taula triangular que va anomenar taula de les «espècies [tabula speciosa] i calculà i demostrà el valor d'aquests sumatoris, emprant el número



t com a punt de partida per a la seva construcció (vegeu la figura 3).

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & & & O \cdot u \\
 & & & & & O \cdot a & & O \cdot r \\
 & & & & & O \cdot a^2 & O \cdot ar & O \cdot r^2 \\
 & & & & & O \cdot a^3 & O \cdot a^2r & O \cdot ar^2 & O \cdot r^3 \\
 O \cdot a^4 & O \cdot a^3r & O \cdot a^2r^2 & O \cdot ar^3 & O \cdot r^4 & & & & 
 \end{array}$$

Figura 3. *Tabula speciosa*

Els termes d'aquesta taula són sumatoris del tipus següent:

$$\begin{aligned}
 O \cdot u &= (t - 1) \\
 O \cdot a &= 1 + 2 + 3 + \dots + (t - 1) \\
 O \cdot r &= (t - 1) + (t - 2) + (t - 3) + \dots + 1 \\
 O \cdot a^2 &= 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (t - 1)^2 \\
 O \cdot ar &= 1 \cdot (t - 1) + 2 \cdot (t - 2) + \dots + (t - 1) \cdot 1
 \end{aligned}$$

Al llarg del llibre Mengoli introdueix taules triangulars, derivades del triangle combinatori, com a eines útils per als seus càlculs. A l'*Elementum primum* els termes de les taules triangulars són números, representats per lletres, i són emprats per obtenir el desenvolupament de qualsevol potència d'un binomi. A l'*Elementum secundum* els termes de la taula són sumatoris de potències i de productes de potències i són emprades per obtenir-ne els valors. Finalment, a l'*Elementum sextum* i a *Circolo*, els termes de les taules triangulars són figures geomètriques (anomenades per Mengoli *formes*) i són emprades per obtenir les quadratures d'aquestes figures geomètriques. L'originalitat de Mengoli rau, no en la definició o la presentació de les taules triangulars, sinó en el tractament. D'una banda, Mengoli va emprar el llenguatge simbòlic i el triangle combinatori per crear noves taules amb expressions algebraiques i va establir clarament les seves lleis de formació; d'altra banda, va emprar les relacions entre les sumes i els nombres combinatoris del triangle aritmètic per demostrar un dels resultats importants del seu llibre: l'expressió del sumatori de les  $m$  potències dels primers  $t - 1$  enters.

Una altra contribució original de Mengoli va ser la justificació i l'ús de la noció de variable a l'*Elementum Tertium*. La seva idea era que les lletres, a més de representar un número donat o una incògnita, també poguessin representar

variables, és a dir, quantitats indeterminades però determinables. Els sumatoris eren números indeterminats però quedaven determinats quan es coneixia el valor de  $t$ . Assignant diferents valors a  $t$ , Mengoli explícitament va introduir el concepte de variable, una noció que probablement no era coneguda, i va assenyalar la dependència entre el valor de  $t$  i el valor de la suma. Mengoli aplicà la seva idea de variable al càlcul de les quasi-raons d'aquestes sumes. La raó entre sumatoris és també indeterminada però és determinable i augmenta el valor de  $t$ . Efectivament, la raó no arriba a aquest valor, el qual pot ser interpretat com el valor actual; en canvi, tendeix a aquest valor a mesura que  $t$  augmenta. És en aquest sentit que Mengoli va entendre l'expressió «raó indeterminada determinable».

Mengoli va seguir donant exemples per clarificar la noció de raó quasi un número. Aquesta noció, juntament amb la idea de raó indeterminada determinable, les va fer servir per establir les definicions de raó quasi infinita, quasi nul·la, quasi la igualtat i quasi un nombre a l'*Elementum tertium* (Mengoli, 1659, 97–98),

1. Una raó indeterminada determinable que, en determinar-se, pot ser més gran que qualsevol [raó] donada, en la mida en què es va determinant, es dirà quasi infinita.
2. I si pot ser més petita que qualsevol [raó] donada, en la mida en què es va determinant, es dirà quasi nul·la.
3. I si pot ser més petita que qualsevol raó més gran que la igualtat; i més gran que qualsevol raó més petita que la igualtat, en la mida en què es va determinant, es dirà quasi la igualtat. O bé dit d'una altra manera, que pugui ser més a prop de la igualtat, que qualsevol raó donada que no sigui la igualtat, en la mida en què sigui tal, es dirà quasi d'igualtat.
4. I si pot ser més petita que qualsevol raó més gran que una raó proposada; i més gran que qualsevol raó més petita que la mateixa raó proposada, en la mida en què es va determinant, es dirà quasi igual a aquesta raó. O bé d'una altra manera, que pugui ser més a prop de qualsevol raó proposada que qualsevol altra raó que no sigui igual a

aquesta, en la mida en què sigui tal, es dirà quasi igual a la raó proposada.

5. I els termes de raons quasi iguals entre si es diran quasi proporcionals.
6. I els termes de raons que són quasi d'igualtat es diran quasi iguals.

Amb aquestes definicions, va obtenir raons entre tot tipus de sumatoris i el nombre  $t$ . Recordem que aquests sumatoris es formen emprant  $t$  i que tenen  $t - 1$  sumands amb diferents exponents. Va calcular a què tendien aquestes raons quan el nombre de sumands augmenta, i va obtenir moltes quasi raons. En notació actual, concretament, en el Teorema 42, Mengoli va demostrar que

$$(m + n + 1) \binom{m + m}{n} \sum_{a=1}^{a=t+1} a^m (t - a)^n$$

tendeix a  $t^{m+n+1}$  quan  $t$  tendeix a infinit, en el sentit que la seva raó pot esdevenir arbitràriament a prop de la igualtat fent  $t$  suficientment gran.

Mengoli va començar l'element sisè titulat *De innumerabilibus quadraturis* explicant el seu sistema de coordenades, definint l'abscissa i descrivint individualment les ordenades de les figures geomètriques a través de les seves abscisses. Mengoli proposà un segment de qualsevol mesura, amb el nom de *rationalis*, i el va posar en una línia recta que va anomenar *tota* i que representà amb la lletra  $t$  (de vegades amb la lletra  $u$ , si valia 1). Va definir una base com un segment de línia recta de mida  $t$  o 1 i utilitzà la paraula *abscissa* com la  $x$  que s'empra actualment, encara que dins d'aquesta base. Sempre treballava dins d'una base finita on l'abscissa és representada per la lletra  $a$  i el residu per la lletra  $r = t - a$  o bé  $r = 1 - a$ , segons fos la base un valor donat  $t$  o bé la unitat 1. Pel que fa a l'ordenada, Mengoli utilitzava aquesta paraula en lloc de la paraula *applicata* que s'utilitzava en aquella època. Definia les ordenades per cada valor de l'abscissa de la base, primer les ordenades de les figures conegudes, tals com el quadrat (o el rectangle) i el triangle, a partir de la seva construcció sobre cada punt de la base.

En el cas de les figures mixtilínies (figures determinades per una part recta i per l'altra

part corba), Mengoli no va definir les ordenades mitjançant la seva construcció, sinó que va explicar que eren iguals a les abscisses o a les potències de les abscisses. Així, en les ordenades de la paràbola, deia «una ordenada qualsevol és abscissa al quadrat», en notació actual,  $y = x^2$ . Quan feia les demostracions, la igualtat entre les ordenades i les abscisses o les potències de les abscisses era també expressada mitjançant la proporció següent, en què 1 era la mida de l'interval i  $y$  l'ordenada corresponent a l'abscissa  $x''$

$$(1 : y) = (1 : x)''^m.$$

Mengoli definia les figures geomètriques que volia quadrar com «estes per les seves ordenades», les va anomenar formes i les va expressar mitjançant una expressió algebraica  $FO \cdot a^m r^n$ , on  $FO$  denota la forma,  $a$  l'abscissa  $x$  i  $r$  el residu  $(1 - x)$ . Mai no va esmentar la paraula *corba*, sinó que va parlar de *figura* o *forma*, mot que s'utilitzava en els segles anteriors i que s'identificava amb la mesura de la qualitat d'una quantitat, com ara a l'obra de Nicolau Oresme (1323-1382) que du per títol *Tractatus de latitudinibus formarum* (1346). La connexió entre la figura (que no representava) i l'expressió algebraica (corba) que descrivia la figura era la teoria de proporcions d'Euclides. Així doncs, quan demostrava les propietats de les corbes que descrivien la figura (creixent, punt màxim, ...) emprava directament l'expressió algebraica i les propietats de les proporcions sense preocupar-se de la representació gràfica de la figura.

Tanmateix, Mengoli volia assegurar-se que cadascuna d'aquestes expressions algebraiques definides per expressar les figures geomètriques, que eren objectes algebraics nous, podia ser identificada amb la figura geomètrica corresponent a través d'una construcció. Així, a la tercera proposició d'aquest element sisè, demostrava que proposada una expressió algebraica associada a una forma o figura geomètrica i donada una abscissa, sempre es podia construir una ordenada corresponent a aquesta abscissa dins d'aquesta figura geomètrica. Mengoli ho plantejava amb la paraula *problema*, ja que es tractava d'una construcció i no d'un teorema, i el resolvia per a una forma concreta,  $FO \cdot 10a^2r^3$ .

Després de definir aquestes figures geomètriques i assignar les corresponents expres-

sions algebraiques, Mengoli procedeix a treballar amb aquests nous objectes algebraics, ordenant-los en unes taules triangulars, inspirades pel triangle combinatori, a fi de poder calcular al mateix temps totes les quadratures de les figures de la taula (vegeu la figura 4).

$$\begin{array}{cccc}
 & & FO \cdot u & \\
 & & FO \cdot a & FO \cdot r \\
 FO \cdot a^2 & & FO \cdot ar & FO \cdot r^2 \\
 FO \cdot a^3 & FO \cdot a^2r & FO \cdot ar^2 & FO \cdot r^3
 \end{array}$$

Figura 4. *Tabula formosa*

La forma del vèrtex,  $FO.u.$ , representa un quadrat de base 1. Les dues formes de la primera fila representen dos triangles. El primer  $FO.a.$ , està determinat per la bisectriu del primer quadrant  $y = x$ , l'eix d'abscisses i la recta  $x = 1$ . El segon triangle,  $FO.r.$ , és determinat per la recta  $y = 1 - x$  traçada des de l'extrem  $(1, 0)$  al  $(0, 1)$  i l'eix d'abscisses. Les tres formes de la segona fila són figures determinades per les ordenades d'una paràbola, l'eix d'abscisses i la recta  $x = 1$ . La primera,  $FO.a2.$ , determinada per les ordenades  $y = x^2$ , la segona,  $FO.ar.$ , per les ordenades  $y = x \cdot (1 - x)$  i la tercera,  $FO.r2.$ , per les ordenades  $y = (1 - x)^2$  i així descriuriem les altres files.

En la carta dedicatòria d'aquest element de la seva *Geometria*, Mengoli ja havia calculat el valor d'aquestes figures pel mètode dels indivisibles i ara el vol demostrar per un altre camí. Els valors estan relacionats amb els coeficients del binomi. De fet, multiplicà cada terme  $FO.a^n r^{m-n}$ . de la *tabula formosa*, primer pel coeficient del binomi  $\binom{m}{n}$  i després pel nombre d'ordre de la fila més una unitat, i així va obtenir una nova taula anomenada *tabula quadraturarum* (vegeu la figura 5), els termes de la qual valen 1.

$$\begin{array}{cccc}
 & & FO \cdot u & \\
 & & FO \cdot 2a & FO \cdot 2r \\
 FO \cdot 3a^2 & & FO \cdot 6ar & FO \cdot r^2 \\
 FO \cdot 4a^3 & FO \cdot 12a^2r & FO \cdot 12ar^2 & FO \cdot 4r^3
 \end{array}$$

Figura 5. *Tabula quadraturarum*

En notació moderna demostra:

$$(m + n + 1) \binom{m + n}{n} \int_0^1 x^m (1 - x)^n dx = 1.$$

Aquesta és una demostració a la manera d'Arquimedes, però utilitzant el mètode de les quasi raons en comptes del mètode de doble desigualtat. Una altra diferència amb el mètode d'exhaustió és que s'hi utilitza directament la figura que es vol quadrar entre la circumscrita i la inscrita. Aquí, en canvi, no s'ha calculat el valor de l'àrea sinó que és un pas intermedi amb una figura nova: la figura adscrita formada per rectangles finits.

A més, la demostració de Mengoli era independent del grau i li servia per a qualsevol figura de la taula. L'àlgebra li proporcionava un mètode per calcular alhora totes aquestes quadratures (que ja coneixia) i no li calia fer cada vegada la quadratura d'una corba per trobar una regla que li permetés generalitzar.

Tanmateix, la figura que Mengoli volia quadrar era el cercle. I és per aquest motiu que va calcular les àrees en l'interval  $(0,1)$ , també en una obra posterior, *Circolo*, en la qual interpola la taula de figures (*Tabula Formosa*) i la taula de valors de les àrees d'aquestes figures calculades en la *Geometria*. Així, el 1672 va publicar *Circolo*. A les pàgines inicials explica que l'any 1660 ja havia obtingut la quadratura del cercle, encara que sense donar-la a conèixer. Aleshores es decidia a publicar-la ja que necessitava aquest resultat per a les regles dels solsticis i dels equinoccis. Aquesta obra va ser comentada i explicada per Leibniz, uns anys més tard, en els seus manuscrits (Massa-Esteve, 2017a).

L'obra consta de 60 pàgines i la seva estructura és diferent de la *Geometria*, sense definicions, sense teoremes ni problemes. Conté 160 paràgrafs numerats, sense demostracions; en el text únicament hi apareixen taules triangulars, càlculs i explicacions sense cap figura geomètrica. Mengoli obté la quadratura del cercle amb una aproximació del valor de amb onze decimals exactes, mitjançant l'àrea entre 0 i 1 de la figura descrita per l'expressió algebraica  $y = x^{1/2}(1 - x)^{1/2}$  i l'eix de abscisses (correspon al semicercle de radi  $1/2$ ).

Va ser precisament en el *Circolo* en què les taules triangulars van esdevenir veritables protagonistes. Mengoli va trobar l'instrument generalitzador a les taules triangulars i en l'àlgebra, ja que les taules es podien estendre indefinidament, eren fàcils de construir i les expressions algebraiques li permetien identificar

les figures dins de la taula. Primer, Mengoli va interpolar les figures geomètriques que ja havia quadrat a la *Geometria* i després les va disposar en una taula triangular fins a obtenir una taula triangular interpolada, la *tabula formosa* interpolada (vegeu la figura 6).

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & FO.u. & & & \\
 & & & FO.a^{1/2}. & & FO.r^{1/2}. & \\
 FO.a. & & FO.(ar)^{1/2}. & & FO.r. & & \\
 FO.a^{3/2}. & FO.(a^2r)^{1/2}. & & FO.(ar^2)^{1/2}. & FO.r^{3/2}. & & 
 \end{array}$$

Figura 6. *Tabula formosa* interpolada

D'altra banda, Mengoli va calcular també una taula interpolada de valors de les quadratures, que de fet no és més que el triangle harmònic interpolat, i per homologia va identificar els valors de les dues taules. Amb l'ajuda de les propietats del triangle combinatori, Mengoli va ser capaç d'omplir el triangle combinatori interpolat, excepte per a un nombre desconegut  $a$ , que està estretament relacionat amb la quadratura del cercle ( $1/2a = \pi\pi/8$ ). Mengoli va calcular successives aproximacions del nombre  $a$  i va obtenir una aproximació del nombre  $\pi$  amb onze decimals exactes.

### Algunes reflexions

Aquestes obres de Mengoli revelen que la seva base no era el mètode dels indivisibles del seu mestre Cavalieri, sinó el triangle aritmètic i la teoria de quasi proporcions com a desenvolupament de l'àlgebra de Viète. En aquest sentit, va elaborar una teoria numèrica de sumes de potències i productes de potències i *límits* d'aquestes sumes que no tenien res a veure amb les *Omnès lineae* de Cavalieri. No queda clara la raó per la qual Mengoli no va seguir el camí del seu mestre. Potser perquè el mètode de Cavalieri havia rebut moltes crítiques i Mengoli no podia deixar de ser sensible a aquestes. Després de mostrar que coneixia el mètode dels indivisibles i que podia aplicar-lo, Mengoli assegurava que volia buscar nous mètodes, amb fonaments més sòlids, introduint en els càlculs l'àlgebra de Viète a través de les taules triangulars i la teoria de les quasi proporcions. Segurament perquè desitjava allunyar-se del mètode dels indivisibles i de les seves crítiques, Mengoli va moure's cap a aquest llenguatge algebraic nou.

En aquest sentit podem dir que era «modern», però Mengoli era clàssic en la seva forma de presentar l'obra i en el seu pensament, ja que un dels seus grans pilars van ser els *Elements* d'Euclides. La teoria de proporcions euclidiana va ser una de les bases de la seva matemàtica. Amb la teoria de proporcions va construir la teoria de quasi proporcions que, tanmateix, mostra un Mengoli innovador, ja que treballà amb l'infinít, comparà infinits de diferent ordre i demostrà nombroses quasi proporcions. Les característiques del pensament algebraic i geomètric en les investigacions de Mengoli es van complementar per aconseguir nous i millors resultats.

Encara que el seu mètode fos innovador és una realitat que molts matemàtics de l'època no el van llegir causa de la seva manera d'escriure enrevessada i poc clara. Mengoli va elaborar un llenguatge algebraic propi, en què la notació, a mesura que s'avançava, es complicava cada vegada més. A més, els procediments que va utilitzar per introduir l'àlgebra a la geometria no coincidien amb les tendències del moment. També hi van poder influir factors externs, ja que durant la segona meitat de l'any 1600 a Bolonya va tenir lloc una crisi cultural força greu, i els científics amb més renom la van abandonar, com ara Cassini, que es va traslladar a París (per dirigir l'Observatori Reial) i Montanari a Pàdua (Pepe, 1981, 56–101). Els centres connectats amb els ambients europeus estaven limitats als centres florentins, al voltant de la cort dels Mèdicis, i als romans, lligats a la Cúria, de manera que els de Bolonya quedaven fora d'aquests contactes.

Un altre aspecte que podria ajudar a explicar l'oblit en què va caure la seva obra és el gir intel·lectual de Mengoli en la seva investigació a partir de l'any 1660. Després del *Circolo*, que li havia de permetre esbrinar les regles dels solsticis i dels equinoccis, no va escriure més obres de matemàtica pura, sinó obres relacionades amb la cronologia i la cosmologia bíblica i que, a més, no concordaven amb el pensament filosòfic de l'època.

Potser no hi ha una única raó i és la conjunció de tots aquests arguments que pot encaminar-nos a trobar una resposta al perquè de l'allunyament dels seus contemporanis.

Però si en la seva època la utilització del llenguatge algebraic va ser un handicap

per a la seva difusió, és precisament aquesta característica peculiar que, actualment, fa més interessant l'estudi de la seva obra. Mengoli «va conjuntar perfectament» de manera singular en la seva obra la matemàtica clàssica representada en aquest cas per Euclides (teoria de proporcions), Arquimedes (mètode d'exhaustió), el mètode dels indivisibles del seu mestre Cavalieri i la matemàtica innovadora en aquell moment, representada per l'àlgebra de Viète. Com afirmava ell al començament de la seva *Geometria* (Mengoli, 1659, 2–3):

«Ambdues geometries, l'antiga d'Arquimedes i la nova dels indivisibles de Bonaventura Cavalieri (preceptor meu), així com també l'àlgebra de Viète, han estat tractades amb bastant encert per persones cultes; d'elles, ni confusament ni com si fos una barreja, sinó per una perfecta conjunció, en resulta una de nova, l'espècie pròpia del nostre treball, que no podrà desagradar a ningú.»

## Referències

- [1] G. Baroncini & M. Cavazza. *La corrispondenza di Pietro Mengoli*. Florència: Olschki (1986).
- [2] M. Cavazza. «Bologna and the Royal Society in the Seventeenth-Century». A *Notes and Records of the Royal Society of London* 35 (1980), núm. 2, 105–123.
- [3] Fantuzzi. *Notizie degli scrittori bolognesi*. Bologna: Stamperia di S. Tommaso d'Aquino (1788).
- [4] M.S. Mahoney. «The beginnings of algebraic thought in the seventeenth century». A: S. Gaukroger [ed.]. *Descartes' philosophy, mathematics and physics*. Brighton: Totowa, Barnes and Noble/Harvester (1980), 141–156.
- [5] P. Mancosu. *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*. Oxford: Oxford University Press (1996).
- [6] M. Rosa Massa-Steve. «Mengoli on Quasi Proportions». *Historia Mathematica* 24 (1997), núm. 2, 257–280.
- [7] M. Rosa Massa-Esteve *Estudis matemàtics de Pietro Mengoli (1625–1686): Taules triangulars i quasi proporcions com a desenvolupament de l'àlgebra de Viète*. Tesi doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona (1998). <http://www.tdx.cat/TDX-0506108-144848>.
- [8] M. Rosa Massa-Esteve. «La théorie euclidienne des proportions dans les “Geometriae Speciosae Elementa” (1659) de Pietro Mengoli». *Revue d'Histoire des Sciences* 56 (2003), núm. 2, 457–474.
- [9] M. Rosa Massa-Esteve. «Algebra and Geometry in Pietro Mengoli (1625–1686)». *Historia Mathematica* 33 (2006), 82–112.
- [10] M. Rosa Massa-Esteve. *L'algebrització de les matemàtiques. Pietro Mengoli (1625–1686)*. Barcelona: Institut d'Estudis Catalans (2008).
- [11] M. Rosa Massa-Esteve - Delshams, Amadeu (2009). «Euler's Beta integral in Pietro Mengoli's Works». *Archive for History of Exact Sciences*, 63, 325–356.
- [12] M. Rosa Massa-Esteve (2016). «Nous resultats i procediments en les matemàtiques del segle XVII: càlcul de màxims a Pietro Mengoli (1626/1627-1686)». *Butlletí de la Societat Catalana de Matemàtiques* 31 (2016), núm. 1, 51–71.
- [13] M. Rosa Massa-Esteve «Mengoli's mathematical ideas in Leibniz's excerpts». *BSHM Bulletin: Journal of the British Society for the History of Mathematics* 32 (2017a), núm. 1, 40–60.
- [14] M. Rosa Massa-Esteve (2017b). «Les observacions i mesures de Pietro Mengoli (1627–1686) a la meridiana de Sant Petronio». A: J. Batlló i P. Bernat (eds.) *Explorant la volta del cel*, 139–151. Barcelona: SCHCT.
- [15] P. Mengoli. *Via Regia ad mathematicas per arithmetiam, algebram speciosam and planimetriam, ornata Maiestati Serenissimae D. Christinae Reginae Suecorum*. Bolonya (1655).
- [16] P. Mengoli. *Geometriae Speciosae Elementa*. Bolonya (1659).
- [17] P. Mengoli. *Circolo*. Bolonya (1672).
- [18] P. Mengoli. *Anno*. Bolonya (1673).

- [19] Nastasi - Scimone. «Pietro Mengoli and the Six-Square Problem». *Historia Mathematica* (1994), 10–27.
- [20] A. Natucci. «Mengoli». A: C.C. Gillispie [ed.]. *Dictionary of Scientific Biography*. Nova York: Scribner's (1970-1991), 303–304.
- [21] H. Oldenburg. *The Correspondence of Henry Oldenburg*. 13 vol. Madison: University of Wisconsin Press (1986). [Editat per Rupert Hall & Marie Boss Hall]
- [22] L. Pepe. «Il Calcolo infinitesimale in Italia agli inizi del secolo XVII». *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche* 1 (1981), núm. 2, 43–101.
- [23] G. Tabarroni. «Geminiano Montanari». A: C.C Gillispie [ed.]. *Dictionary of Scientific Biography*. Nova York: Scribner's, 9 (1971–1991), 485–487.
- [24] G. Vacca. «Sulle scoperte di Pietro Mengoli». *Atti dell'Accademia Nazionale del Lincei-Rendiconti* XXIV (1915), 5.

## Problemes

Juanjo Rué

Universitat Politècnica de Catalunya

Nova remesa de d'incògnites matemàtiques per als àvids entusiastes de la resolució de problemes. En aquesta ocasió, tenim quatre problemes de diferent temàtica, i proposats per amics i col·laboradors de totes les geografies: per començar, Miquel Amengual, des de Cala Figuera, ens proposa un problema geomètric molt maco en honor al meu antecessor en aquesta secció, Carles Romero. Xavier Ros-Otón, des de Zuric, ens fa arribar un problema d'anàlisi molt interessant. José Luis Díaz-Barrero, des de Barcelona ens farà passar una bona estona treballant amb un dels seus problemes de desigualtats tan complicats...i ahora tan entretinguts! I finalment Joaquim Nadal, des de Llagostera, ens suggereix un problema de recurrències dobles per treballar-hi una estona. A tots ells els agraeixo la disponibilitat i el bon gust matemàtic en les propostes que ens han fet!

Pel que fa a les solucions dels problemes proposats al número passat: hem rebut solucions de Miquel Amengual, d'Esteve Casas, des de Sant Celoni i de Joaquim Nadal. Moltes gràcies també per les propostes de solucions, totes elles plenes d'enginy i bones idees. Quant a l'últim problema, proposat per l'editorial, malauradament no hem rebut cap solució correcta. Com veureu, es requeria d'una combinació d'arguments combinatoris, junt amb una idea analítica, a fi d'arribar a una contradicció. Amb vista a les solucions i noves propostes de problemes: podeu fer-nos arribar la informació a l'adreça de correu electrònic següent:

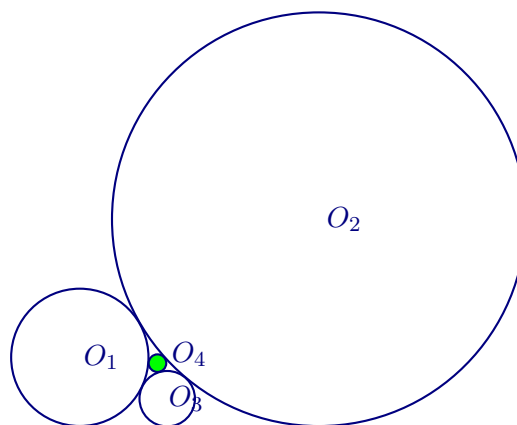
[juan.jose.rue@upc.edu](mailto:juan.jose.rue@upc.edu)

Les propostes de solucions (i també nous problemes proposats) seran especialment benvinguts si estan escrits en  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  o  $\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  i amb les figures corresponents. Això facilitarà molt l'edició i la feina de tots. Moltes gràcies...i a resoldre problemes s'ha dit!

### Problemes proposats

**A145.** (Proposat per Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.)

*Dedicat a Carles Romero i Chesa.* Quatre circumferències  $O_1(r_1)$ ,  $O_2(r_2)$ ,  $O_3(r_3)$  i  $O_4(r_4)$  són mútuament tangents exteriorment i la recta  $l$  és una tangent comuna a  $O_1(r_1)$ ,  $O_2(r_2)$  i  $O_3(r_3)$ .



- Expressau el valor de  $r_4$  com una funció de  $r_1$  i de  $r_2$ .
- Si  $d$  és la distància de  $O_4$  a  $l$ , provau que  $d = 7r_4$ .

**A146.** (Proposat per Xavier Ros-Otón, Universitat de Zuric, Zuric.)

Sigui  $u(x)$  una funció contínua.

- Demostreu que si  $\frac{1}{h}(u(x+h) - u(x))$  és constant per a tot  $h$ , aleshores  $u(x) = ax + b$ .
- Demostreu que si  $\frac{1}{h^2}(u(x+h) + u(x-h) - 2u(x))$  és constant per a tot  $h$ , aleshores  $u(x) = ax^2 + bx + c$ .

**A147.** (Proposat per José-Luis Díaz Barrero, BarcelonaTech UPC, Barcelona.)

Sigui  $a, b, c$  tres nombres reals positius tals que  $a + b + c = 1$ . Demostreu que la desigualtat

$$\frac{a^3}{x^2 + 2y^2} + \frac{b^3}{y^2 + 2z^2} + \frac{c^3}{z^2 + 2x^2} \geq \frac{1}{9(x^2 + y^2 + z^2)}$$

és certa per a tots els nombres reals positius  $x, y, z$ .

**A148.** (Proposat per Joaquim Nadal i Vidal, Llagostera.)

Sigui  $a_{0,0} = 1$ ,  $a_{n,k} = 0$  si  $k < 0$  o  $k > n$  i  $a_{n,k} = \frac{1}{2}(a_{n-1,k-1} + a_{n-1,k})$ . Calculeu  $\lim_{n \rightarrow \infty} na_{2n,n}^2$ .

## Solucions

**A141.** (Proposat per Joaquim Nadal i Vidal, Llagostera.)

En un triangle  $\triangle ABC$  traceu (mitjançant regla i compàs) una recta paral·lela  $l$  a la base  $BC$  que talli els costats  $AB$  i  $AC$  en els punts  $D$  i  $E$ , respectivament, tal que  $BD + CE = BC$ .

**Solució:** (Solució de Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.)

Analitzem primer la construcció: siguin  $D$  i  $E$  punts sobre els costats  $AB$  i  $AC$ , respectivament, d'un triangle  $\triangle ABC$ , tals que el segment  $DE$  és paral·lel al segment  $BC$  i  $BD + CE = BC$ . En particular, es complirà que  $BD < BC$ . Així doncs, sigui  $P$  el punt de l'interior del costat  $BC$  tal que  $BP = BD$  i, per tant,  $PC = BC - BP = BC - BD = CE$ .

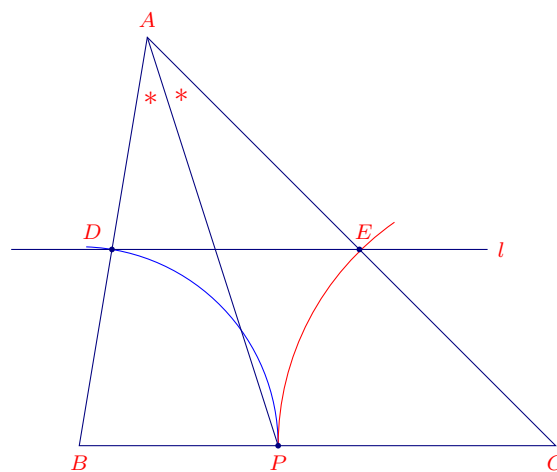
D'altra banda, del teorema de Thales se'n dedueix que

$$\frac{BD}{CE} = \frac{AB}{AC}.$$

Tenint en compte que  $BP = BD$  i  $PC = CE$ , la igualtat anterior s'escriu

$$\frac{BP}{PC} = \frac{AB}{AC},$$

d'on deduïm, pel recíproc del teorema de la bisectriu interior, que  $P$  és el peu de la bisectriu de  $\widehat{CAB}$ .



La construcció geomètrica és aleshores la següent: si tracem la bisectriu interior de l'angle  $\widehat{CAB}$  del triangle  $\triangle ABC$  i aquesta talla el costat  $BC$  en el punt  $P$ , llavors la circumferència de centre  $B$  i radi  $BP$  talla el costat  $AB$  en el punt  $D$  i la circumferència de centre  $C$  i radi  $CP$  talla el costat  $AC$  en el punt  $E$ .

La recta que uneix aquests punts  $D$  i  $E$  és la recta  $l$  volguda.

En particular, el problema té una sola solució.

**A142.** (Proposat per José Luis Díaz-Barrero, UPC BarcelonaTech, Barcelona.)

Siguin  $a, b$  dos nombre reals positius. Demostreu que:

$$\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}}\right)\left(\frac{1}{1+\sqrt{b}}\right) + \sqrt{\frac{a(1+\sqrt{b})^2 + b(1+\sqrt{a})^2}{ab + (1+\sqrt{a})^2(1+\sqrt{b})^2}} < 1.$$

**Solució:** (Solució d'Esteve Casas, Sant Celoni.)  
Expressem primer la desigualtat d'una altra manera, dividint el numerador i el denominador de la part interior de l'arrel per  $(1+\sqrt{a})^2(1+\sqrt{b})^2$  i reescriuint les fraccions de fora:

$$\left(1 - \frac{\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}\right)\left(1 - \frac{\sqrt{b}}{1+\sqrt{b}}\right) + \sqrt{\frac{\left(\frac{\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{b}}{1+\sqrt{b}}\right)^2}{1 + \left(\frac{\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{b}}{1+\sqrt{b}}\right)^2}} < 1.$$

Fem ara el canvi de variable  $c \rightarrow \frac{\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}$  i  $d \rightarrow \frac{\sqrt{b}}{1+\sqrt{b}}$ , amb  $0 < c < 1$ ,  $0 < d < 1$ . La desigualtat a calcular es converteix en:

$$(1-c)(1-d) + \sqrt{\frac{c^2 + d^2}{1 + c^2d^2}} < 1.$$

Desenvolupem aquesta expressió:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{c^2 + d^2}{1 + c^2d^2}} &< c + d - cd \\ \longrightarrow \frac{c^2 + d^2}{1 + c^2d^2} &< (c + d - cd)^2. \end{aligned}$$

Passant ara el denominador de l'esquerra a l'altra banda multiplicant i agrupant l'expressió com si fos un polinomi en la variable  $c$  (igual es podria haver fet per la  $d$ , l'expressió és simètrica), obtenim que la desigualtat anterior s'escriu:

$$\begin{aligned} 0 < (d^4 + d^2 - 2d^3)c^4 + (2d^3 - 2d^4)c^3 \\ + (d^4 + d^2 - 2d)c^2 + (2d - 2d^2)c. \end{aligned}$$

Finalment, simplificant aquesta expressió per  $cd(1-d)$ , obtenim la desigualtat:

$$0 < (d-d^2)c^3 + 2d^2c^2 - (d^2+d+2)c + 2.$$

Tenim així un polinomi de tercer grau  $P(c) = (d-d^2)c^3 + 2d^2c^2 - (d^2+d+2)c + 2$ . Veurem ara que té derivada negativa en l'interval  $[0, 1]$  i, per tant, que el mínim del polinomi  $P(c)$  s'assoleix en el valor  $P(1) = 0$ . Dit d'una altra manera:  $P(c)$  és estrictament positiu en l'interval  $[0, 1)$ . En efecte:

1. La derivada primera és  $P'(c) = 3(d-d^2)c^2 + 4d^2c - (d^2+d+2)$  i, per tant,  $P'(0) = -(d^2+d+2) < 0$  i també  $P'(1) = 2d-2 < 0$
2. La derivada segona  $P''(c) = 6(d-d^2)c + 4d^2$ ,  $P''(0) = 4d^2 > 0$  i  $P''(1) = 6d-2d^2 > 0$
3. Per tant, la derivada primera és estrictament creixent passant dels valors negatius  $-(d^2+d+2)$  a  $2d-2$ , és a dir, sempre negativa.

**A143.** (Proposat per Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.)

Sigui  $\triangle ABC$  un triangle tal que  $\widehat{BAC} > 90^\circ$ . Siguin  $D, E$  punts sobre el segment  $BC$  tals que  $AD \perp AC$  i  $AE \perp AB$ . Sigui  $H$  el peu de la perpendicular des de  $A$  a  $BC$ . Suposant que

$$\frac{1}{BD} + \frac{1}{CE} = \frac{1}{AH},$$

determineu l'angle  $\widehat{BAC}$ .

**Solució:** (Solució de Joaquim Nadal Vidal. Llagostera.)

Denotem per  $A$  l'angle  $\widehat{BAC}$ , i similarment per  $B$  i  $C$ . Tots els angles que apareixeran els escriurem en graus. Així mateix, denotem per  $a, b$  i  $c$  les longituds dels costats  $BC, AC$  i  $AB$ , respectivament.

Per començar, observeu que els angles del triangle  $\triangle ABD$  són  $A-90$ ,  $B$  i  $C+90$ . Aleshores, pel teorema del sinus tenim que:

$$\frac{BD}{\sin(A-90)} = \frac{c}{\sin(C+90)},$$

d'on deduïm que:

$$\begin{aligned} BD &= \frac{c \sin(A-90)}{\sin(C+90)} = \frac{c \sin(A-90)}{\cos(C)} \\ &= \frac{b \sin(C) \sin(A-90)}{\sin(B) \cos(C)}. \end{aligned}$$

D'altra banda, els angles del triangle  $\triangle ACE$  són  $C, A-90$  i  $B+90$ , i novament pel teorema del sinus tenim que:

$$\frac{CE}{\sin(A-90)} = \frac{b}{\sin(B+90)},$$



d'on deduïm que  $CE = b \frac{\sin(A-90)}{\cos(B)}$ . Finalment, observem que  $AH = b \sin(C)$ . Ara combinem aquestes tres expressions amb la condició de l'enunciat, és a dir:

$$\frac{1}{BD} + \frac{1}{CE} = \frac{1}{AH} \rightarrow \frac{\sin(B) \cos(C)}{b \sin(C) \sin(A-90)} + \frac{\cos(B)}{b \sin(A-90)} = \frac{1}{b \sin(C)}.$$

Treballant aquesta expressió se'n dedueix que:

$$\sin(B) \cos(C) + \cos(B) \sin(C) = \sin(A-90),$$

i, per tant, s'ha de complir que  $\sin(B+C) = \sin(A-90)$ . Aquesta equació ens diu, doncs, que o bé  $B+C = A-90$  o bé que  $B+C+A-90 = 180$ . Combinant ara cadascun dels casos amb la condició del triangle ( $A+B+C = 180$ ) constatem que el segon cas no és possible. En el primer cas, però, deduïm que  $A = 135$ , i aquesta és la solució del problema.

**A144.** (Proposat per l'editorial.)

Sigui  $A$  un conjunt de nombres enters positius. Definim la funció  $R_A(n)$  com el nombre de solucions de l'equació  $n = x + y$  amb  $x, y \in A$  i  $x \leq y$ . Demostreu que si  $A$  és infinit aleshores, per  $n$  suficientment gran,  $R_A(n)$  no pot ser una funció constant.

**Solució:** (Solució de l'editorial.)

Donat un conjunt  $A$  de nombres enters positius, considerem la seva funció generadora associada  $f_A(z) = \sum_{a \in A} z^a$ . Amb aquesta notació, es compleix que podem codificar la funció  $R_A(n)$  mitjançant la funció generadora següent:

$$\sum_{n \geq 0} R_A(n) z^n = \frac{f_A(z)^2 + f_A(z^2)}{2}.$$

En efecte:  $f_A(z)^2$  té com a coeficient  $n$ -èssim el nombre de solucions de l'equació  $x + y = n$  (sense restricció per  $x, y$  llevat que tots dos són elements de  $A$ ), mentre que  $f_A(z^2)$  codifica en el seu coeficient  $n$ -èssim el nombre de solucions

de l'equació  $2x = n$ , per  $x \in A$ . Per tant, el coeficient  $n$ -èssim de  $\frac{f_A(z)^2 + f_A(z^2)}{2}$  codifica el nombre de solucions de l'equació  $x + y = n$ , amb  $x, y \in A$ , on, a més,  $x \leq y$ .

Si ara la funció  $R_A(n)$  és constant d'un lloc en endavant (diguem a partir de  $n_0$ ), aleshores

$$\sum_{n \geq 0} R_A(n) z^n = P(x) + \sum_{n \geq n_0} c z^n,$$

on  $c$  és la corresponent constant i  $P(x)$  és un polinomi amb coeficients enters positius de grau estrictament més petit que  $n_0$ . Aquesta expressió es pot escriure de la manera següent:

$$\begin{aligned} P(x) + \sum_{n \geq n_0} c z^n &= P(z) + \frac{z^{n_0}}{1-z} \\ &= \frac{(1-z)P(z) + z^{n_0}}{1-z} = \frac{Q(z)}{1-z}, \end{aligned}$$

on  $Q(z)$  és un polinomi de grau com a molt  $n_0$  i que no és divisible entre  $1-z$ . Per tant, el problema per resoldre és equivalent a demostrar que no existeix  $f_A(z)$  pel qual es compleixi una equació del tipus

$$\frac{f_A(z)^2 + f_A(z^2)}{2} = \frac{Q(z)}{1-z},$$

en la qual  $Q(z)$  és un polinomi no divisible per  $1-z$ .

Vegem ara que aquesta igualtat no és possible. Sigui  $M$  una fita superior de la funció  $\left| \frac{Q(z)}{1-z} \right|$  per  $z \in [-1, -1/2]$ . Aleshores, existeix  $\varepsilon > 0$  pel qual  $f_A((-1+\varepsilon)^2) > 2M$ , ja que  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} f_A((-1+\varepsilon)^2) = +\infty$  (recordeu que  $A$  és un conjunt infinit). A més, per a aquest valor de  $\varepsilon$ ,  $f_A((-1+\varepsilon)^2) \geq 0$ , perquè és un quadrat. Per tant, tenim que

$$\begin{aligned} \left| \frac{Q(-1+\varepsilon)}{2+\varepsilon} \right| &= \left| \frac{f_A(-1+\varepsilon)^2 + f_A((-1+\varepsilon)^2)}{2} \right| \\ &= \frac{1}{2} (|f_A(-1+\varepsilon)^2| + |f_A((-1+\varepsilon)^2)|) > M, \end{aligned}$$

que es contradia amb la tria de  $M$ .

## Matemots

Xavier Gràcia

Universitat Politècnica de Catalunya

Recordeu que es tracta d'un joc de llengua (vegeu l'article introductori al núm. 33 de la *SCM/Notícies*). Cal resoldre els enigmes lingüístics següents, a partir de la definició donada i les pistes incloses.

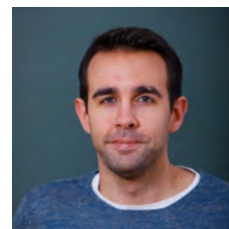
Exemple: «Explicà els seus problemes perquè li acceptessin l'article» (6 lletres). La resposta és «referí», sinònim de «explicà» que sona molt semblant al *referee* que revisa els articles sotmesos per publicar.

En cas de dubte podeu trobar-ne les respostes al peu de pàgina.<sup>2</sup>

1. Pot ser angle, i també beneit, enze, llondro, tanoca, dur de closca i tros de quòniam (5 lletres)
2. El polígon preferit per Rocky Balboa (11 lletres).
3. Criteri de convergència que s'amaga al jardí (5 lletres).
4. Decisiu a l'hora d'estudiar si una matriu és invertible (11 lletres).
5. Funció que descriu detalladament l'estat de la sang (9 lletres).
6. Lligat a la cadira fins que completi la demostració d'un teorema antic (6 lletres).
7. Utilitza el ratolí per visitar una pàgina web dedicada als grafs complets (5 lletres).
8. Volum que conté els aspectes fonamentals de la teoria de les catàstrofes (menys de 5 lletres).

## Tesis

- ÀNGEL ARROYO GARCÍA va llegir la seva tesi, dirigida per José González Llorente, titulada *Nonlinear Mean Value Properties related to the  $p$ -Laplacian*, el dia 26 de maig de 2017. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.



El tema principal de la tesi s'emmarca dins de la teoria geomètrica de funcions, les equacions en derivades parcials no lineals i la teoria de jocs. En concret, la tesi es dedica a l'estudi de propietats del valor mitjà no lineals relacionades amb el  $p$ -laplaciana,

$$\Delta_p u = \operatorname{div}(|\nabla u|^{p-2} \nabla u),$$

un operador en derivades parcials definit per a tot  $1 < p < \infty$  i que generalitza el laplaciana clàssic ( $p = 2$ ). Les solucions febles del  $p$ -laplaciana es coneixen com a  $p$ -harmòniques. En particular, si  $u \in C^2$  és una funció  $p$ -harmònica,

llavors verifica l'anomenada *propietat del valor mitjà asimptòtic*

$$u(x) = \frac{p-2}{n+p} \cdot \frac{1}{2} \left( \sup_{B(x,r)} u + \inf_{B(x,r)} u \right) + \frac{n+2}{n+p} \int_{B(x,r)} u + o(r^2) \quad (r \rightarrow 0),$$

per a tot  $x$ , tal que  $\nabla u(x) \neq 0$ , on  $n$  és la dimensió de l'espai. Aquesta fórmula constitueix el punt clau en la connexió entre les propietats del valor mitjà no lineals i el  $p$ -laplaciana. D'altra banda, de la mateixa manera en què la propietat del valor mitjà és la base

<sup>2</sup> Respostes als Matemots: 4. determinant; 8. tom; 5. analític; 3. quadrilàter; 7. cilindre; 1. optat; 6. femta; 3. arrel.

de la interpretació estocàstica de les funcions harmòniques, recentment s'ha descobert una connexió entre propietats del valor mitjà no lineals associades al  $p$ -laplacà i certs jocs estocàstics, coneguts en la literatura com a *tug-of-war games*. Tals jocs es poden entendre com una generalització del concepte *camí aleatori* (*random walk*), un anàleg discret del moviment brownià.

Durant l'elaboració d'aquesta tesi, s'han realitzat aportacions significatives a l'estudi d'aquests problemes:

**Propietat del valor mitjà asimptòtic per a funcions  $p$ -harmòniques al pla ([4]).** Atès que les funcions  $p$ -harmòniques es defineixen com solucions febles d'una equació en derivades parcials, aquestes no són  $C^2$  en general. En un resultat previ de Manfredi-Parviainen-Rossi ([8]) es demostra que qualsevol funció contínua verificant la propietat del valor mitjà asimptòtic és  $p$ -harmònica. En canvi, el recíproc és molt més delicat. Per al cas  $n = 2$  i  $1 < p < \infty$ , hem provat que tota funció  $p$ -harmònica compleix la propietat del valor mitjà asimptòtic. Aquest teorema millora un resultat previ de Lindqvist-Manfredi ([6]) per  $n = 2$  i  $1 < p < 9.52\dots$ . D'altra banda, per  $n \geq 3$ , el el recíproc és una qüestió encara oberta.

**Regularitat a priori de les solucions de la propietat del valor mitjà no lineal en espais mètrics de mesura ([5]).** Sigui  $(\mathbb{X}, d, \mu)$  un espai mètric de mesura. Donat  $\Omega \subset \mathbb{X}$  un domini acotat, demostrem regularitat Hölder i Lipschitz (local) per a solucions contínues de la propietat del valor mitjà no lineal en boles de radi variable dins de  $\Omega$ ,

$$u(x) = \frac{\alpha}{2} \left( \sup_{B(x, \varrho(x))} u + \inf_{B(x, \varrho(x))} u \right) + (1 - \alpha) \int_{B(x, \varrho(x))} u \, d\mu,$$

per a tot  $x \in \Omega$ , on  $\varrho$  és una funció de radis prou regular. Aquest resultat generalitza alguns resultats previs: en primer lloc, esten un resultat d'Adamowicz-Gaczkowski-Górka ([1]) en el cas lineal; i en segon lloc, generalitza resultats de Manfredi-Parviainen-Rossi i Luiro-Parviainen-Saksman ([9, 7]) per a boles de radi constant en l'espai euclidià a boles de radi

variable en dominis d'espais mètrics.

**Problema de Dirichlet per a la propietat del valor mitjà no lineal en dominis estrictament convexos de  $\mathbb{R}^n$  ([3]).** Donat  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  un domini acotat i estrictament convex de  $\mathbb{R}^n$ , provem l'existència i la unicitat de funcions verificant la propietat del valor mitjà no lineal en boles de radi variable amb dada frontera fixada.

**Jocs de tipus *tug-of-war* i el  $p(x)$ -laplacà normalitzat ([2]).** Hem obtingut resultats que inclouen l'existència i la unicitat de solucions del *dynamic programming principle* (bàsicament, certa propietat del valor mitjà associada al joc estocàstic) i també de regularitat asimptòtica de les solucions, en determinades restriccions geomètriques sobre el domini.

## Referències

- [1] T. Adamowicz, M. Gaczkowski i P. Górka, «Harmonic functions on metric measure spaces». Preimpressió: arXiv:1601.03919.
- [2] Á. Arroyo, J. Heino i M. Parviainen, «Tug-of-war games with varying probabilities and the normalized  $p(x)$ -Laplacian», *Commun. Pure Appl. Anal.* **16**(3) (2017), 915–944.
- [3] Á. Arroyo i J.G. Llorente, «On the Dirichlet problem for solutions of a restricted nonlinear mean value property», *Differential Integral Equations* **29**(1-2) (2016), 151–166.
- [4] Á. Arroyo i J.G. Llorente, «On the asymptotic mean value property for planar  $p$ -harmonic functions», *Proc. Amer. Math. Soc.* **144**(9) (2016), 3859–3868.
- [5] Á. Arroyo i J.G. Llorente, «A priori Hölder and Lipschitz regularity for generalized  $p$ -harmonious functions in metric measure spaces». Preimpressió: arXiv:1702.07175.
- [6] P. Lindqvist i J.J. Manfredi, «On the mean value property for the  $p$ -Laplace equation in the plane», *Proc. Amer. Math. Soc.* **144**(1) (2016), 143–149.
- [7] H. Luiro, M. Parviainen i E. Saksman, «On the existence and uniqueness of  $p$ -harmonious functions», *Differential Integral Equations* **27**(3-4) (2014), 201–216.

[8] J.J. Manfredi, M. Parviainen i J.D. Rossi, «An asymptotic mean value characterization for  $p$ -harmonic functions», *Proc. Amer. Math. Soc.* **138**(3) (2010), 881–889.

[9] J.J. Manfredi, M. Parviainen i J.D. Rossi, «On the definition and properties of  $p$ -harmonic functions», *Ann. Sc. Norm. Super. Pisa Cl. Sci.* **11**(2) (2012), 215–241.

- DAVID CONTRERAS AGUILAR va llegir la seva tesi, dirigida per la Dra. Maria Salamó Llorente, titulada *Integració de tècniques de personalització basades en el comportament col·laboratiu de l'ésser humà amb interfícies d'usuaris intel·ligents*, el dia 21 de juliol de 2017. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques i Informàtica de la Universitat de Barcelona.



Aquesta tesi està enfocada en la problemàtica associada a la personalització d'informació per a usuaris que interactuen amb grans volums d'informació. En concret, la tesi se centra en l'estudi dels sistemes de recomanació conversacionals basats en crítiques [1] com a eines per ajudar els usuaris en la recerca de productes o serveis. Els sistemes de recomanació basats en les crítiques permeten recollir informació associada a les preferències de l'usuari a través d'un procés conversacional, en el qual l'usuari pot realitzar una retroalimentació a les recomanacions rebudes. Aquest tipus de tècnica de recomanació en forma de diàleg cíclic, que caracteritza els sistemes de recomanació basats en crítiques, ha demostrat resultats satisfactoris en estudis previs orientats principalment al domini de comerç electrònic. No obstant això, quan un usuari en el món real es troba en una botiga física, té la possibilitat d'interactuar i comunicar-se amb altres compradors. A més, avui dia existeixen entorns virtuals col·laboratius, la majoria en tres dimensions, on els usuaris es poden comunicar amb altres persones i sentir-se immersos en un món virtual.

Aquesta tesi se centra a aprofitar el comportament col·laboratiu de les persones per millorar les recomanacions de productes o serveis. En concret, l'objectiu de la tesi és definir i integrar noves tècniques de personalització amb interfícies d'usuaris intel·ligents, basades en el comportament col·laboratiu de l'ésser humà i en la informació recollida de les interaccions de les persones tant amb la interfície com amb altres usuaris. La tesi es divideix en dues parts. En la primera part, descriu les noves tècniques de recomanació que incorporen informació col·laborativa. En la se-

gona part, presentem noves interfícies d'usuari intel·ligents implementades en diferents entorns de visualització i que integren les tècniques de recomanació proposades en aquesta tesi.

Les noves tècniques de recomanació proposades integren, d'una banda opinions dels usuaris sobre els productes [2], i de l'altra, integren recomanacions històriques d'altres usuaris que han utilitzat el sistema de recomanació prèviament i, finalment, integren avanços en els estudis anteriors que han demostrat millorar els processos de recomanació. Addicionalment, en aquesta tesi s'han proposat altres tècniques basades en informació col·laborativa instantània que es pot obtenir del sistema de recomanació, així com d'altres usuaris que estan utilitzant el sistema en el mateix moment.

Les interfícies d'usuari intel·ligents que es proposen en aquesta tesi es basen en entorns de visualització en 2D i 3D. En primer lloc, es proposa un marc basat en un entorn web en dues dimensions que permet integrar tècniques basades en informació provinent d'opinions i recomanacions històriques d'altres usuaris. En segon lloc, s'ha proposat un marc basat en un entorn virtual cooperatiu en tres dimensions que permet integrar tècniques basades en informació col·laborativa que es genera per la interacció dels usuaris dins de l'entorn virtual [3, 4].

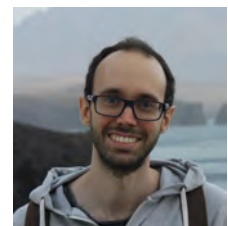
L'anàlisi dels resultats, obtinguts a través de les avaluacions realitzades amb un simulador i amb usuaris reals, revela que tant les noves tècniques proposades com les interfícies d'usuaris intel·ligents obtenen resultats molt satisfactoris, que superen significativament els resultats obtinguts amb tècniques de recomanació d'estudis previs.

D'acord amb els resultats obtinguts, a la tesi es conclou que la incorporació d'informació col·laborativa en noves tècniques de recomanació afavoreix l'eficiència i eficàcia dels sistemes de recomanació basats en crítiques. A més, les noves interfícies d'usuaris intel·ligents proposades en aquesta tesi representen un avenç en el desenvolupament d'interfícies d'usuari per a sistemes de recomanació basats en crítiques. Aquestes interfícies, a més d'afavorir la integració de tècniques de recomanació col·laborativa, milloren l'experiència dels usuaris durant les sessions de recomanació, la qual cosa és corroborada pels usuaris que van participar en els experiments.

## Referències

- [1] R. Burke, K.J. Hammond, i B. Yound, «The findme approach to assisted browsing», *IEEE Expert* **12**(4) (1997), 32–40.
- [2] D. Contreras i M. Salamó, «On the Use of User-generated Content in Critiquing Recommendation», *Proceedings of the XVIII International Conference of the Catalan Association for Artificial Intelligence* (2015), 195–204.
- [3] D. Contreras, M. Salamó, I. Rodríguez i A. Puig, «A 3D Visual Interface for Critiquing-based Recommenders: Architecture and Interaction», *International Journal of Artificial Intelligence and Interactive Multimedia* **3**(3) (2015), 7–15.
- [4] D. Contreras, M. Salamó, I. Rodríguez i A. Puig, «Implementation and Evaluation of a Collaborative Conversational Recommender in a 3D Virtual World», *IEEE Consumer Electronics Magazine. Special Issue Advanced Interaction and Virtual/Augmented Reality* (en premsa).

- ROC OLIVER VENDRELL va llegir la seva tesi, dirigida pel Dr. Jordi Pau Plana, titulada *Hankel Operators on Vector-valued Bergman spaces*, el dia 14 de setembre de 2017. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques i Informàtica de la Universitat de Barcelona.



La teoria dels espais de Bergman en valors escalars ha estat ben estudiada en molts aspectes i ha estat el centre d'estudi de l'anàlisi complexa durant molts anys amb moltes aplicacions conegudes tant en les matemàtiques com en altres àmbits. En el nostre cas, estudiem una generalització emergent d'aquests espais. Sigui  $\mathbb{B}_n$  la bola unitat de l'espai complex  $\mathbb{C}^n$  de dimensió  $n \geq 1$  i sigui  $X$  un espai de Banach qualsevol. En aquesta tesi ens centrem a estudiar propietats i operadors entre generalitzacions d'aquests espais, els espais de Bergman en valors vectorials  $A^p(X)$  en  $\mathbb{B}_n$ . Per  $0 < p < \infty$ , definim els espais  $A^p(X)$  com a espais de funcions vectorials holomorfes a  $\mathbb{B}_n$ ,  $f: \mathbb{B}_n \rightarrow X$ , tal que

$$\|f\|_{A^p(X)} = \int_{\mathbb{B}_n} \|f(z)\|_X^p dv_\alpha(z) < \infty,$$

on  $dv_\alpha(z) = c_\alpha(1 - |z|^2)^\alpha dv(z)$ ,  $dv$  és la mesura de volum normalitzada en  $\mathbb{B}_n$ ,  $c_\alpha$  és una constant de normalització per tal que  $v_\alpha(\mathbb{B}_n) =$

1 i  $\alpha > -1$  per tal que en funcions constants sigui tot finit. Notem que si  $X = \mathbb{C}$  obtenim els espais de Bergman tradicionals, denotats com  $A^p$ . La incorporació de funcions vectorials en els espais de Bergman històricament és molt recent i de gran impacte, aquí rau l'interès.

Un dels resultats més recents i més innovadors dels espais de Bergman en valors escalars  $A^p$  ha estat gràcies a Pau i Zhao, que han fet la demostració de la descomposició feble d'aquests espais per a qualsevol  $p > 1$ . Recordem que per a valors de  $p \leq 1$  ja va ser demostrat per Coifman, Rochberg i Weiss molts anys abans. Aquest va ser un punt important en la tesi, ja que ens va poder donar la clau per poder demostrar en el capítol 5 la descomposició feble dels espais de Bergman en valors vectorials  $A^p(X)$  per a tot  $p \geq 1$  de la forma més general. Per poder definir la factorització feble dels espais  $A^p(X)$ , primer de tot hem de definir el producte feble entre dos espais de Banach  $X$  i  $Y$ . Sigui  $x \boxtimes y$  un producte general ben

definit entre dos elements  $x \in X$  i  $y \in Y$ . Aleshores l'espai de producte feble  $X \widehat{\otimes} Y$  és la completació de sumes finites

$$\sum_k x_k \otimes y_k, \quad \{x_k\}_k \subset X, \{y_k\}_k \subset Y,$$

amb la norma que és l'ímfim de les sumes següents

$$\sum_k \|x_k\|_X \|y_k\|_Y$$

de totes les possibles descomposicions. Així, el resultat de la descomposició feble dels espais de Banach en valors vectorials és

$$A^q(X \widehat{\otimes} Y) = A^{p_1}(X) \widehat{\otimes} A^{p_2}(Y),$$

amb normes equivalents, per a tot  $q \geq 1$  i  $p_1, p_2 > 1$ , tal que  $1/q = 1/p_1 + 1/p_2$ . Cal dir que en els casos  $q > 1$  cal imposar certa condició en l'espai de Banach  $Y$ . Aquests resultats no tan sols generalitzen el cas escalar sinó que també proven altres casos, com la descomposició feble dels espais de Bergman en el polidisc, que fins ara era un problema obert.

Per poder demostrar aquesta descomposició usem mètodes semblants als que fan servir Pau i Zhao. A més, per dur-la a terme necessitem estudiar caracteritzacions de l'acotació dels operadors de Hankel petit entre els espais de Bergman en valors vectorials  $A^p(X)$ . En el nostre cas, la generalització de l'operador de Hankel petit que usem és la següent: sigui  $T: \mathbb{B}_n \rightarrow \mathcal{L}(\overline{X}, Y)$  una funció d'operador

vectorial que és holomorfa anomenada *símbol de l'operador*  $h_T$ , aleshores

$$h_T f(z) := \int_{\mathbb{B}_n} \frac{T(w) \overline{f(w)}}{(1 - \langle z, w \rangle)^{n+1+\alpha}} dv_\alpha(w),$$

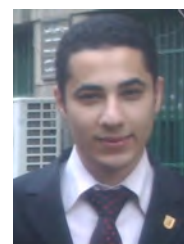
on  $\overline{X}$  és el complex conjugat de l'espai de Banach  $X$ . L'estudi de la caracterització de l'acotació d'aquests operadors entre espais de Bergman en valors vectorials consistiria a estudiar quan els operadors

$$h_T: A^p(X) \rightarrow A^q(Y)$$

són acotats per a qualsevol  $1 < p, q < \infty$  en funció del símbol  $T$ . En la teoria clàssica, aquestes caracteritzacions normalment venen donades en funció de si el símbol forma part d'un espai de funcions en particular, concretament el mateix espai de Bergman o els espais de Bloch. En el cas de funcions vectorials obtenim resultats similars per a qualsevol valor de  $p$  i  $q$ . Aquests resultats es recullen en el capítol 4 de la tesi.

Cal dir que per obtenir tots aquests resultats s'ha hagut de fer primerament un exhaustiu estudi tant dels espais de Bergman en valors vectorials com dels espais de Bloch en valors vectorials, que es recopilen en els capítols 2 i 3. Finalment, usant les mateixes eines, en el capítol 6 vam poder demostrar de manera similar la caracterització de l'acotació de l'operador de Hankel gran entre espais de Bergman en valors vectorials per a diferents valors de  $p$  i  $q$ .

- ESLAM ESSAM EBRAHIM FARAG (ESLAM BADR) va llegir la seva tesi, dirigida pel Dr. Francesc Bars Cortina, titulada *On the stratification of smooth plane curves by automorphism groups*, el dia 28 de setembre de 2017. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.



Les corbes llises projectives sobre un cos  $k$  amb grup d'automorfisme no trivial sempre reben una atenció especial en geometria aritmètica. Seguint la filosofia de la teoria de les equacions de Diofant, el cas més senzill a considerar correspon a corbes planes no singulars sobre  $k$ , és a dir, corbes  $k$ -isomorfes donades pels zeros d'un polinomi homogeni de grau  $d$  no singular en tres variables  $F(X, Y, Z)$  a coeficients en  $k$  (pensant-ho llavors dins  $\mathbb{P}^2$ ), i assumim des del

principi que dites corbes planes tenen gènere geomètric  $g = \frac{(d-1)(d-2)}{2} \geq 3$ . En la tesi, estudiem l'estratificació de les corbes planes nolsingulars pel seu grup d'automorfisme i tractem tant aspectes de geometria algebraica com de geometria aritmètica.

Fixem  $\overline{k}$  una clausura algebraica de  $k$ , amb  $k$ . En la primera part de la tesi, s'aporta un estudi detallat (un cop fixat el gènere  $g$  i  $G$  un grup finit), de l'estrat  $\mathcal{M}_g^{Pl}(G)$  (dins

l'espai de moduli de corbes llises projectives de gènere  $g$  sobre  $\bar{k}$  mòdul  $\bar{k}$ -isomorfisme), on els seus  $\bar{k}$ -punts corresponen a corbes planes no singulars  $\bar{C}$  sobre  $\bar{k}$  de gènere  $g$  mòdul  $\bar{k}$ -isomorfisme on el grup d'automorfismes de  $\bar{C}$  té un subgrup isomorf a  $G$  (en aquesta primera part considerem que  $k$  té característica zero o  $> 13$ ). En particular, s'aporta un estudi detallat de l'estructura del grup d'automorfisme  $G$  que poden aparèixer en aquests estrats (quan són no buits) i la família d'equacions associades als estrats anteriors, especialment per a grups cíclics o grups que surten de corbes planes no singulars amb automorfisme «gran».

En segon lloc, sigui  $C$  una corba projectiva llisa definida sobre  $k$ , on  $C \times_k \bar{k}$  (la corba sobre  $\bar{k}$ ), és una corba plana no singular sobre  $\bar{k}$ . Estudiem propietats i caracteritzacions per als cossos  $k \subset F \subset \bar{k}$ , on  $C \times_k F$  admet un model pla sobre  $F$ , és a dir, que  $C \times_k F$  és una corba plana no singular sobre  $F$ , i també fem la mateixa pregunta per a tots els *twists* de  $C$  sobre  $k$  (és a dir, corbes llises sobre  $k$  isomorfes a la clausura algebraica a  $\bar{C}$ ), on assumim que  $k$  és un cos perfecte. L'estudi dels *twists* el fem (en el cas que  $C$  tingui model pla sobre  $k$ ) considerant la immersió en  $\mathbb{P}_k^2$  (del sistema lineal  $g_d^2$  únic pel fet de ser plana amb  $d \geq 4$ ) en comptes del donat pel model canònic en  $\mathbb{P}_k^{g-1}$ . Més concretament, és  $C$  una corba plana no singular sobre  $k$  o no?; i si la resposta és afirmativa, cada *twist* de  $C$  també és una corba plana no singular sobre  $k$ ? Per les dues preguntes la resposta és «no» en general, no ho és. Obtenim resultats per a les corbes que les preguntes anteriors sempre tenen una resposta afirmativa i mostrem diferents exemples relacionats amb la resposta general negativa. Curiosament, en la manera d'obtenir aquests exemples hem de treballar amb superfícies no trivials de Brauer-Severi, i podem calcular equacions explícites d'una superfície de Brauer-Severi no trivial (la trivial correspon al pla projectiu). Pel que sabem, aquesta és la primera vegada que s'expliciten aquestes equacions.

En la tercera part de la tesi, amb  $k$  perfecte de característica  $p = 0$  o  $> 13$ , obtenim la anomenada classificació representativa sobre  $k$  dels estrats no buits  $\mathcal{M}_6^{Pl}(G)$ , és a dir, primer trobem tots els grups  $G$  que poden aparèixer per a  $d = 5$ , donem les famílies d'equacions

en aquests casos, depenen de certs paràmetres (relacionats amb la dimensió de l'estrata); però a més, volem que si tenim un  $k$ -punt de l'estrat, llavors un *twist* d'aquest hi sigui com a especialització a  $k$  dels paràmetres de les famílies d'equacions anteriors, obtenir aquestes famílies correspon a donar la classificació representativa sobre  $k$  per a l'estrat. Curiosament, en la forma d'aconseguir aquestes famílies, hi trobem dos fenòmens que no succeeixen en corbes planes no-singulars de grau 4. Un és l'existència d'estrat final en corbes planes és no zero dimensional. A primera vista, pot semblar estrany, però mostrem que aquesta és una situació normal per a graus  $d \geq 5$  i hi aportem una explicació. Donem també explícitament famílies representatives per a tots els estrats, excepte l'estrat amb el grup d'automorfisme cíclic d'ordre 5 (en el qual demostrem l'existència d'aquesta família representativa).

L'últim capítol de la tesi correspon a l'estudi de cossos de moduli versus cossos de definició per a corbes  $\bar{C}$  planes no singulars sobre  $\bar{k}$  amb  $k$  perfecte de característica  $p = 0$  o  $p > 13$ . Es coneix que els dos cossos poden ser diferents només quan el grup és un tipus de grup Hessià o grup diagonal (tesi de B. Huggins, UC Berkeley 2010). Sigui  $\bar{C}$  una corba plana no singular sobre  $\bar{k}$ , i suposem que el grup d'automorfisme de  $\bar{C}$  és  $\text{PGL}_3(\bar{k})$ , conjugat a un grup diagonal. En la tesi, aportem algunes caracteritzacions d'aquestes corbes no definibles sobre el seu cos de moduli, i altres que sí. Els nostres resultats en aquest capítol es poden utilitzar com a font constructiva de molts exemples de corbes planes no singulars amb automorfisme cíclic on el cos de moduli no és un cos de definició.

Part de la contribució a la memòria s'ha traduït en les publicacions i preimpressions següents:

## Referències

- [1] E. Badr i F. Bars, «Automorphism groups of non-singular plane curves of degree 5», *Commun. Algebra* **44** (10), 2016, 4327–4340.
- [2] E. Badr i F. Bars, «Plane non-singular curves with an element of “large” order in its automorphism group», *Int. J. Algebra Comput.* **26** (2), 2016, 399–434.

- [3] E. Badr i F. Bars, «On the locus of smooth plane curves with a fixed automorphism group», *Mediterr. J. Math.* **13** (5), 2016, 3605–3627.
- [4] E. Badr, F. Bars i E. Lorenzo García, «On twists of smooth plane curves», que apareixerà en *Math. Comput.* (AMS),

vegeu la versió antiga a arXiv: 1603.08711 (Math. NT).

- [5] E. Badr i E. Lorenzo García, «A note on the stratification of smooth plane curves of genus 6», vegeu arXiv: 1701.06065 (Math. NT), submitted.

- MIREIA LLORENS MASSANA va llegir la seva tesi, dirigida per Armengol Gasull Embid i Víctor Mañosa Fernández, titulada *Estudi de la dinàmica d'algunes aplicacions al pla*, el dia 9 d'octubre de 2017. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.



L'objectiu d'aquesta tesi doctoral és estudiar la dinàmica associada a certes aplicacions en el pla, incloent l'estudi d'objectes com ara les òrbites periòdiques, els continus de punts periòdics, els nombres de rotació i les simetries de Lie, entre d'altres.

Més específicament, es prova que qualsevol aplicació birracional integrable del pla que preservi una fibració de gènere 0 té una simetria de Lie i una mesura invariant, la qual cosa permet una nova via per a l'estudi de la dinàmica global d'aquestes aplicacions. En particular, per a exemples concrets es dona l'expressió explícita de la funció nombre de rotació i del conjunt de períodes de les aplicacions considerades.

A la vegada, també es presenten tres metodologies per trobar el continu de punts periòdics amb un període fix per a aplicacions racionals integrables amb integral primera racional. Les dues primeres metodologies són conegudes, la tercera és nova. Al treball s'apliquen aquests mètodes quan les aplicacions són birracionals i les corbes de nivell de les integrals primeres tenen o bé gènere 0, o bé 1, de forma genèrica. A diferència dels altres mètodes, en què es fa servir l'estructura algebraica de les corbes invariants, el nou mètode és estrictament computacional, i es basa en l'estudi de la resultant associada a les equacions que caracteritzen les òrbites periòdiques i les corbes algebraiques invariants.

D'altra banda, en aquesta tesi, s'estudien certes transformacions de Landen. Es presenten diversos exemples i s'apliquen al càlcul d'integrals definides. Considerem, per exemple,

la transformació de Landen associada a una integral racional formada per polinomis amb termes parells, amb el numerador de grau 4 i el denominador de grau 6. Aquesta transformació té un sistema dinàmic associat definit per una aplicació al pla estudiada per Boros i Moll (2000), i per Chamberland i Moll (2006). Al treball es presenten les diferents regions invariants d'aquest sistema dinàmic, i la relació entre la dinàmica de l'aplicació i la convergència de la integral considerada. Per al sistema dinàmic associat, es prova l'existència de punts fixos i 3-periòdics per demostrar que una conjectura proposada a V.H. Moll a *Numbers and functions. From a classical experimental mathematician's point of view*. Student Mathematical Library, 65 (American Mathematical Society, Providence RI 2012), no és certa. Per provar-ho, es desenvolupa una metodologia que pot ser aplicada a l'estudi dels punts periòdics d'altres sistemes dinàmics discrets. Aquesta metodologia consisteix a: convertir la caracterització dels punts periòdics en un problema algebraic; la combinació d'un algorisme basat en el mètode de Sturm per isolar totes les arrels reals d'un polinomi d'una variable i d'un procediment per descartar possibles solucions per a sistemes d'equacions polinòmiques, i en l'aplicació del teorema de Poincaré-Miranda.

Finalment, es fa un estudi numericanalític que mostra evidències de l'existència de comportaments homoclínic associats a un dels punts fixos de l'aplicació i de punts a la intersecció de la varietat inestable d'aquest punt fix i el conjunt de no-definició del sistema dinàmic.





# Experiències: ma+emà+iques

## PROHIBIT NO TOCAR

Des de febrer de 2014, l'Ajuntament de Cornellà ha cedit al **mmaca** la segona planta del Palau Mercader per instal·lar-hi una exposició permanent.

Disposem de 400 m<sup>2</sup> amb sales dedicades a geometria, combinatòria, càlcul, estadística, miralls, l'esfera de la Terra i un espai dedicat especialment als primers cursos de Primària.

Aprofitant el magnífic entorn del Parc, organitzem jornades singulars a l'exterior: Aniversari (febrer), Dia Pi (març), Dia escolar de les matemàtiques (maig), Dia de Martin Gardner (octubre).

La majoria dels materials del **mmaca** estan dissenyats i fets a mà per nosaltres. Utilitzem materials senzills: fusta, cordes, teles, vidre, plàstic.

Regularment programem conferències i altres activitats divulgatives.

**Us convidem a visitar-nos!**  
**Us quedareu més temps del que havíeu previst!**

**Museu de Matemàtiques de Catalunya**  
Palau Mercader - Parc Can Mercader  
Carretera de L'Hospitalet, s/n.  
08940 Cornellà de Llobregat

**Entrada gratuïta**  
Dimecres de 17 a 20h  
Diumenge de 10 a 14h

**Grups amb reserva prèvia**  
Matins de dilluns a divendres  
Dilluns i dimecres a la tarda

**Tallers per a famílies**  
Diumenge de 10 a 11h

reserves.cornella@mmaca.cat  
tel. 665233448 (de 10 a 13h)

**www.mmaca.cat**  
@mmaca\_cat f mmaca.cat

El **mmaca** es troba en un punt molt important de la seva història. Durant els 10 anys de recorregut, hem treballat molt i el projecte ha crescut amb força. L'objectiu d'apropar les matemàtiques a la societat s'està complint i tenim el reconeixement generalitzat de tots els que ens coneixen.

Ara necessitem saber amb qui podem comptar per a poder afrontar els reptes futurs i continuar oferint activitats arreu del territori: **necessitem persones.**

Però no ens n'amagarem: també **necessitem diners.** Afortunadament, les donacions fetes en favor del **mmaca** gaudeixen d'avantatges fiscals interessants de fins al 75% de desgravació en l'IRPF.

Ara més que mai **necessitem els nostres amics a la vora!**

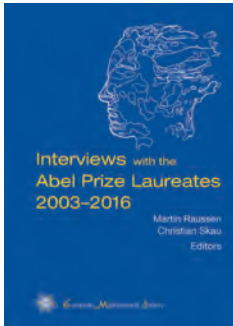
Si vols fer-nos costat, ens ho pots fer saber escrivint a [mecenes@mmaca.cat](mailto:mecenes@mmaca.cat)





## New books published by the European Mathematical Society

Individual members of the EMS, member societies or societies with a reciprocity agreement (such as the American, Australian and Canadian Mathematical Societies) are entitled to a discount of 20% on any book purchases, if ordered directly at the EMS Publishing House.



### Interviews with the Abel Prize Laureates 2003–2016

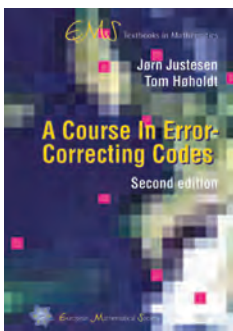
Martin Raussen (Aalborg University, Denmark) and Christian Skau (Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Trondheim, Norway), Editors

ISBN 978-3-03719-177-4. 2017. 301 pages, 66 photographs. Softcover. 17 x 24 cm. 24.00 Euro

The Abel Prize was established in 2002 by the Norwegian Ministry of Education and Research. It has been awarded annually to mathematicians in recognition of pioneering scientific achievements.

Since the first occasion in 2003, Martin Raussen and Christian Skau have had the opportunity to conduct extensive interviews with the laureates. The interviews were broadcast by Norwegian television; moreover, they have appeared in the membership journals of several mathematical societies.

The interviews from the period 2003–2016 have now been collected in this edition. They highlight the mathematical achievements of the laureates in a historical perspective and they try to unravel the way in which the world's most famous mathematicians conceive and judge their results, how they collaborate with peers and students, and how they perceive the importance of mathematics for society.

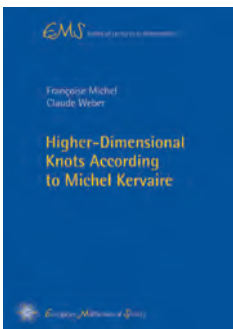


Jørn Justesen and Tom Høholdt (both Technical University of Denmark, Lyngby, Denmark)

### A Course in Error-Correcting Codes. Second edition (EMS Textbooks in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-179-8. 2017. 226 pages. Hardcover. 16.5 x 23.5 cm. 39.50 Euro

This book, updated and enlarged for the second edition, is written as a text for a course aimed at 3rd or 4th year students. Only some familiarity with elementary linear algebra and probability is directly assumed, but some maturity is required. The students may specialize in discrete mathematics, computer science, or communication engineering. The book is also a suitable introduction to coding theory for researchers from related fields or for professionals who want to supplement their theoretical basis. The book gives the coding basics for working on projects in any of the above areas, but material specific to one of these fields has not been included. The chapters cover the codes and decoding methods that are currently of most interest in research, development, and application. They give a relatively brief presentation of the essential results, emphasizing the interrelations between different methods and proofs of all important results. A sequence of problems at the end of each chapter serves to review the results and give the student an appreciation of the concepts. In addition, some problems and suggestions for projects indicate direction for further work. The presentation encourages the use of programming tools for studying codes, implementing decoding methods, and simulating performance. Specific examples of programming exercises are provided on the book's home page.



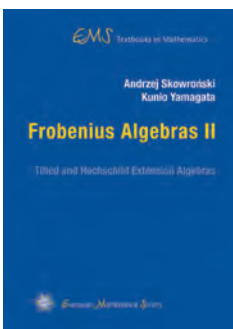
Françoise Michel (Université Paul Sabatier, Toulouse, France) and Claude Weber (Université de Genève, Switzerland)

### Higher-Dimensional Knots According to Michel Kervaire (EMS Series of Lectures in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-180-4. 2017. 144 pages. Softcover. 17 x 24 cm. 32.00 Euro

Michel Kervaire wrote six papers which can be considered fundamental to the development of higher-dimensional knot theory. They are not only of historical interest but naturally introduce to some of the essential techniques in this fascinating theory.

This book is written to provide graduate students with the basic concepts necessary to read texts in higher-dimensional knot theory and its relations with singularities. The first chapters are devoted to a presentation of Pontrjagin's construction, surgery and the work of Kervaire and Milnor on homotopy spheres. We pursue with Kervaire's fundamental work on the group of a knot, knot modules and knot cobordism. We add developments due to Levine. Tools (like open books, handlebodies, plumbings, ...) often used but hard to find in original articles are presented in appendices. We conclude with a description of the Kervaire invariant and the consequences of the Hill–Hopkins–Ravenel results in knot theory.



Andrzej Skowroński (Nicolaus Copernicus University, Toruń, Poland) and Kunio Yamagata (Tokyo University of Agriculture and Technology, Japan)

### Frobenius Algebras II. Tilted and Hochschild Extension Algebras (EMS Textbooks in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-174-3. 2017. 629 pages. Hardcover. 17 x 24 cm. 58.00 Euro

This is the second of three volumes which will provide a comprehensive introduction to the modern representation theory of Frobenius algebras. The first part of the book is devoted to fundamental results of the representation theory of finite dimensional hereditary algebras and their tilted algebras, which allow to describe the representation theory of prominent classes of Frobenius algebras.

The second part is devoted to basic classical and recent results concerning the Hochschild extensions of finite dimensional algebras by duality bimodules and their module categories. Moreover, the shapes of connected components of the stable Auslander-Reiten quivers of Frobenius algebras are described.

The only prerequisite in this volume is a basic knowledge of linear algebra and some results of the first volume. It includes complete proofs of all results presented and provides a rich supply of examples and exercises.

The text is primarily addressed to graduate students starting research in the representation theory of algebras as well mathematicians working in other fields. The book is accessible to advanced students and researchers of complex analysis and differential geometry.

The first volume (ISBN 978-3-03719-102-6) has appeared under the title *Frobenius Algebras I. Basic Representation Theory*.



# SOCIETAT CATALANA DE MATEMÀTIQUES

## Filial de l'Institut d'Estudis Catalans

Carrer del Carme, 47, 08001 Barcelona

c/e: scm@iecat.net Adreça web: <http://www.iecat.net/scm>

### Sol·licitud d'inscripció com a soci de la SCM o actualització de dades

(cal imprimir-a, omplir-la, signar-la i enviar-la a la SCM per correu electrònic, fax o correu ordinari)

Tipus de soci:  Ordinari  Estudiant\*  Institució

En reciprocitat. Sóc soci de \_\_\_\_\_  
(Al web trobareu la llista de societats amb les quals la SCM té acords de reciprocitat.)

Nom i cognoms: \_\_\_\_\_  
o institució

Adreça: \_\_\_\_\_ Codi postal: \_\_\_\_\_

Població: \_\_\_\_\_ NIF: \_\_\_\_\_

Correu electrònic: \_\_\_\_\_ Telèfon: \_\_\_\_\_ Fax: \_\_\_\_\_

Lloc d'estudi o de treball: \_\_\_\_\_

### Dades per a la domiciliació bancària

Qui signa aquest document autoritza que anualment es faci efectiu el rebut de soci de la Societat Catalana de Matemàtiques a nom de \_\_\_\_\_

a la llibreta d'estalvi / el compte / la targeta de crèdit que s'indica seguidament:

Títular del compte o targeta : \_\_\_\_\_

Entitat bancària: \_\_\_\_\_

Adreça de l'oficina: \_\_\_\_\_

Codi de l'entitat, oficina i dígits de control: \_\_\_\_\_

Número del compte o llibreta: \_\_\_\_\_

Targeta de crèdit: \_\_\_\_\_ Caducitat: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_ NIF: \_\_\_\_\_

Signat: \_\_\_\_\_

### Signatura

Envieu la butlleta d'inscripció i l'ordre de domiciliació, que trobareu al web de la SCM, <http://blogs.iec.cat/scm/la-societat/fes-ten-soci/>, per correu postal o correu electrònic, emplenada i signada.

Les quotes per a l'any 2018 són les següents: 36 euros socis ordinaris, 18 euros socis estudiants i membres de societats amb conveni de reciprocitat i 72 euros institucions.

D'acord amb la Llei orgànica 15/1999, del 13 de desembre, de protecció de dades de caràcter personal, us informem que les vostres dades seran incorporades en un fitxer que és responsabilitat de l'Institut d'Estudis Catalans, amb la finalitat de gestionar els socis i d'enviar comunicacions de les activitats i publicacions de la Societat i de l'Institut d'Estudis Catalans (IEC). Podeu exercir els drets d'accés, rectificació, cancel·lació i oposició de les vostres dades personals adreçant-vos per escrit a l'Institut d'Estudis Catalans (carrer del Carme, 47, 08001 Barcelona) o bé enviant un correu electrònic a l'adreça [lop@iecat.net](mailto:lop@iecat.net).

\*Cal adjuntar fotocòpia del comprovant de la matrícula



SCM / Notícies / 42  
Edita la Societat Catalana de Matemàtiques  
Filial de l'Institut d'Estudis Catalans

