



Participants a les VI JMDA.

El congrés internacional «Algebraic Methods in Dynamical Systems» Barcelona, del 4 al 8 de febrer de 2008

El congrés consistí en una reunió internacional d'especialistes mundials en l'àrea de la teoria de Galois diferencial i les seves aplicacions als sistemes dinàmics. L'activitat tingué lloc la setmana del 4 al 8 de febrer de 2008 a Barcelona. Hi assistiren cinquanta-vuit participants, havent-hi un total de vint-i-quatre xerrades convidades pel Comitè Científic. L'objectiu fou que els convidats exposessin els seus darrers resultats en una àrea emergent de la teoria dels sistemes dinàmics, així com que es propiciés un intercanvi d'idees entre els participants. Un altre dels objectius era dur a terme la primera d'una sèrie de reunions internacionals, realitzades a diversos països, on hi hagués una notable recerca dins d'aquesta àrea.

La distribució de participants per països fou la següent: França 27, Espanya 14, Polònia 5, EUA 4, Colòmbia 3, Japó 2, Bèlgica 1, Holanda 1, Rússia 1. Els resultats obtinguts van superar

amb escreix les nostres expectatives. Que fou una trobada internacional resta evident, atesa la distribució de participants. A més, la pràctica totalitat dels conferencians convidats va acceptar la nostra invitació. Sobre la qualitat i el nivell de l'encontre, n'hi ha prou de dir que vam aconseguir reunir la majoria dels investigadors que lideren la recerca de l'àrea en l'àmbit mundial.

També vam assolir l'objectiu de continuïtat esmentat anteriorment, atès que Z. Hajto, de la Universitat de Cracòvia, membre del Comitè Científic, va anunciar la continuació del projecte amb un congrés que s'està començant a perfilar per al 2010, amb el mateix títol i objectius que aquest, al Centre Banach de Polònia, i del Comitè Científic de la qual estic convidat a formar part.

Per a més informació:
<http://www-ma2.upc.edu/juan/amds.htm>.

Juan J. Morales Ruiz
UPM

Onzena Trobada Matemàtica

El divendres 6 de juny celebrarem a la seu de l'Institut d'Estudis Catalans la Trobada Matemàtica d'enguany. Que sigui ja l'onzena edició ens fa veure que s'ha convertit en una tradició i afirmaria a més, en una bona tradició. A finals de primavera també arriba sempre la Trobada anual.

A diferència de l'anterior, que commemorava l'aniversari d'Euler, aquesta edició no tenia un tema unificador de les quatre xerrades que s'oferiren. Els quatre temes que es tractaren eren ben diversos, però tingué tanmateix la qualitat de mostrar la varietat i riquesa de les matemàtiques que es conreen a casa nostra. D'altra banda, els quatre conferencians pertanyien a quatre universitats diferents, fet que ens dóna també una idea de l'equilibri aconseguit en l'organització de l'acte.

La primera xerrada titulada «Varietats algebraïques i polítops de Newton» va ser a càrrec de Martín Sombra, de la Universitat de Barcelona. Ens hi féu notar que l'estudi i determinació del polítop de Newton d'una hipersuperfície algebraica està rebent actualment molta atenció a causa de la seva connexió amb la geometria tropical, la teoria de la intersecció, la combinatòria i l'àlgebra computacional. Ens presentà alguns resultats recents i problemes oberts en aquest tema.

Després intervingué en Gàbor Lugosi, de la Universitat Pompeu Fabra. Probabilista d'origen hongarès, ja fa molts anys que és professor a Barcelona. Ens parlà sobre les desigualtats de concentració. Com tots sabem, la llei dels grans nombres ens diu que les mitjanes de variables aleatòries independents estan, amb probabilitat elevada, a prop del valor esperat. És interessant veure que aquesta propietat de concentració és certa no tan sols en el cas de mitjanes, sinó

també per a qualsevol funció de les variables aleatòries independents tal que no depengui massa de cap d'aquestes variables. Explicà algunes aplicacions i connexions d'aquest fet amb problemes isoperimètrics discrets i fenòmens de transició de fase.

La tercera conferència va ser impartida per Joan Porti, de la Universitat Autònoma de Barcelona, amb el títol «Conjectura de Poincaré. Geometria o topologia?», i ens parlà d'un dels temes de moda en els darrers temps. Explicà l'enunciat de la conjectura, la seva història i les idees de la seva resolució. En particular, tractà de la conjectura de Thurston, el flux de Ricci i la famosa demostració de Perelman.

Rere el dinar, l'últim conferenciant fou Joaquim Puig, de la Universitat Politècnica de Catalunya. En Joaquim va resoldre no fa gaire el famós problema conegut com el dels deu Martinis, que era el premi que es pagava a qui en trobés la solució. El títol de la xerrada era «Els operadors de Schrödinger quasiperiòdics: entre l'ordre i el desordre». Assenyalà que la quasi-periodicitat apareix a la natura quan diversos moviments periòdics amb freqüències independents se superposen i donen lloc a fenòmens que, no essent periòdics, tampoc no són totalment desordenats. Féu veure que els operadors de Schrödinger amb potencials quasiperiòdics, molt estudiats aquests darrers anys, tenen propietats, com la fractalitat i el caracter cantorià de l'espectre, a mig camí entre les dels potencials periòdics i les dels aleatoris.

Crec expressar el sentiment de tots els qui hi érem, en dir que les quatre conferències varen ser magnífiques. L'assistència, que lògicament fluctuà durant el dia, considerant els temps que corren, fou elevada.

Fins a la dotzena trobada!

Josep Lluís Solé
UAB



Participants a la 11a Trobada Matemàtica.

Cinquena jornada d'ensenyament de les matemàtiques

L'excel·lent resposta que va rebre l'any passat la quarta jornada d'ensenyament va fer que ens animéssim, la FEEMCAT, la Societat Balear de Matemàtiques i la SCM, a augmentar la seva freqüència i a intentar celebrar-les anualment. La nostra decisió es va veure ben recompensada per una assistència encara més gran que l'any passat: unes dues-centes cinquanta persones inscrites i una sala extra habilitada amb projecció de vídeo perquè no cabíem tots a la sala Prat de la Riba!

Enguany aquesta cinquena jornada tractava un tema estrella en les renovacions curriculars i de plans d'estudi de les diferents etapes educatives: la noció de «competència matemàtica». La discussió de la jornada es va centrar a veure'n diferents utilitzacions i preguntar-nos si es tracta d'una eina vàlida per a l'ensenyament de les matemàtiques. L'anunci de la jornada presentava el tema en els termes següents:

En els nous currículums per a infantil, primària i secundària, així com en els plans d'estudis de grau i postgrau que elaboren les universitats, es proposa el desenvolupament de competències com un dels principals objectius de la formació. Es tracta no solament de saber matemàtiques, sinó també de saber fer-les servir quan siguin necessàries. L'objectiu de la trobada és posar en comú les expectatives i les inquietuds que ens genera aquest nou repte i compartir algunes experiències realitzades.

La Jornada es va estructurar en dues parts: una taula rodona al matí i sessions paral·leles de presentacions de treball per a la tarda. La taula rodona, moderada per Lourdes Figueras, girava entorn la qüestió «La inclusió de les competències és un bon camí per a millorar l'aprenentatge de les matemàtiques?» Els ponents —Jaume Franch, de la UPC; Oriol Busquets, de l'IES Joan Fuster de Barcelona; Núria Cardet, del CEIP Sant Salvador d'Abatàrrec, i Maria del Mar Rigo, de l'IES Santanyí de Mallorca— van presentar experiències de diferents etapes educatives, totes elles positives, valorant la inclusió de les competències com una possibilitat d'obertura i de millora del disseny i de la gestió de l'ensenyament. Per tal d'organitzar el debat, es van recollir diferents preguntes dels assistents que figuren actualment al fòrum de la societat, amb la voluntat d'allargar la discussió més enllà del que dona de si un matí de reflexions i intercanvis.

Les sessions de la tarda van ser les següents:

1. Àngel Alsina (Facultat d'Educació i Psicologia, UdG) «L'aprenentatge reflexiu en la formació inicial de mestres: una eina per a adquirir competències matemàtiques i professionals»
2. Manel Sol (IES Vilatzara, Vilassar de Mar) «Treballs per a projectes a secundària»
3. Miquel Bosch (Facultat de Matemàtiques, UB) «La competència matemàtica en els nous currículums de la Facultat de Matemàtiques de la UB»

4. Carme Barba (CEIP Baloo, Barcelona) i Susanna Revelles (CEIP Agustí Bartra, Terrassa) «Competència en càlcul a infantil i inici de primària»
5. Jaume Casanovas (Departament de Ciències Matemàtiques i Informàtica, UIB) «La competència matemàtica en el cas de futurs professors de matemàtiques»

La sensació global que ens queda després d'aquest tipus de jornada de treball és, en certa manera, agredolça. Trobar-nos tan nombrosos per discutir sobre el problema de l'ensenyament de les matemàtiques als diferents nivells educatius és sempre reconfortant: indica que el tema és viu, que som molts els qui ens preocupa i que

es necessiten fòrums de debat com el que obre la Jornada. Però també es fa palès que els assumptes que s'hi plantegen no són qüestions que es puguin resoldre a través de la discussió, el debat i l'intercanvi d'experiències. Són problemes complexos i difícils, tant quan un vol formular-los com abordar-los de manera operativa. Dedicar-los una jornada els fa òbviament més visibles, i també uneix els qui treballem diàriament per a resoldre'ls des de diferents àmbits i dedicacions. Ara bé, també mostra la limitació d'aquest tipus d'iniciatives, i ens indica que hauríem de treballar per donar-los més continuïtat i més força. Esperem que la continuïtat de les Jornades i una possible freqüència anual així ho permetin.

Marianna Bosch
URL

Conferència inaugural del curs 2008-2009 de la SCM

La conferència inaugural del curs 2008-2009 de la Societat Catalana de Matemàtiques va tenir lloc el 5 de novembre. La conferència «Com repartir punts uniformement a l'esfera» va ser a càrrec de Joaquim Ortega-Cerdà de la UB. A continuació, en presentem un breu resum.

Hom es planteja com repartir un nombre finit de punts a l'esfera, el més ben distribuïts possible. És a dir, volem situar N punts *ben repartits* sobre l'esfera S^d . Quan $d = 1$ la qüestió és molt fàcil de resoldre, ja que tenim les arrels de la unitat. Per a $d \geq 2$ aquest és un enunciat poc precís que admet diverses interpretacions segons l'aplicació que tinguem en ment. Mencionem-ne algunes de clàssiques.

La primera és preguntar-nos com hem de situar N punts a l'esfera S^2 de manera que es maximitzi la distància mínima entre dos punts qualssevol d'aquest conjunt. Aquest problema s'atribueix al botànic Tammes que en un treball publicat l'any 1930 volia determinar la distribució de N porus en un gra de pol·len complint la propietat esmentada. En alguns àmbits, aquesta qüestió també es coneix com el problema de Fejes, del geòmetra hongarès László Fejes que en el període 1940–1945 va investigar sobre aquest tema. Una altra situació clàssica és el problema de Thomson, sorgit el 1904 quan el famós físic anglès intentava determinar els models esta-

bles de l'equilibri de N electrons ($1 < N < \infty$) obligats a moure's sobre la superfície d'una esfera mentre es repelleixen mútuament amb una força inversament proporcional al quadrat de llur distància (llei de Coulomb). El tercer exemple es coneix com a problema de Fekete, que consisteix a situar N punts en l'esfera (o més generalment en un conjunt compacte) de manera que s'obtingui una bona fórmula d'integració numèrica. Cal mencionar que molt recentment E. Benito, A. Carmona, A. M. Encinas i J. M. Gesto, del Departament de Matemàtica Aplicada III de la UPC, han dissenyat algorismes eficients per calcular numèricament configuracions que minimitzen l'energia a l'esfera (i a altres objectes de geometries més complexes) en el cas de molts punts.

Els dos primers casos considerats (problemes de Tammes i de Thomson) s'enquadren dins un marc general en el qual intervenen els potencials de Riesz, $K_\alpha(x, y) = |x - y|^{-\alpha}$ si $\alpha > 0$ ($\log |x - y|^{-1}$ si $\alpha = 0$). Es tracta de minimitzar l'energia $E_\alpha = \sum_{\substack{x, y \in \mathcal{P}_N \\ x \neq y}} K_\alpha(x, y)$ entre totes les col·leccions \mathcal{P}_N de N punts de l'esfera S^d (de fet, n'hi ha prou a considerar $d = 2$). Quan $\alpha = d - 1$ tenim el potencial newtonià que correspon al problema de Thomson i quan $\alpha \rightarrow \infty$ recuperem el problema de Tammes. Ara volem

estudiar com es distribueixen els punts sobre l'esfera quan N tendeix cap a infinit. Quan $\alpha < d$ hi ha una eina molt útil que prové de la teoria del potencial: la mesura d'equilibri, que minimitza l'energia $\int \int K_\alpha(x, y) d\mu(x) d\mu(y)$ entre totes les mesures de probabilitat, μ , suportades a l'esfera. Aquesta mesura d'equilibri és única i, per tant, invariant per rotacions. Així que és la mesura de superfície sobre l'esfera i obtenim, quan $\alpha < d$, que en augmentar el nombre de punts aquests es distribueixen uniformement sobre l'esfera en el sentit que la mesura discreta $\frac{1}{N} \sum_{x \in \mathcal{P}_N} \delta_x$ convergeix cap a σ_d , on σ_d és la mesura de superfície normalitzada. Curiosament quan $\alpha \geq d$ s'obté el mateix resultat. Sigui $A \subset \mathbb{R}^d$ una varietat rectificable de dimensió d . (Observem que fins i tot hem canviat l'esfera per qualsevol varietat rectificable.) Aleshores qualsevol successió òptima de configuracions de N punts de A que minimitzi l'energia E_α és uniformement distribuïda (quan $N \rightarrow \infty$) respecte a la mesura de Hausdorff d -dimensional restringida a A . Aquest resultat ja no és conseqüència directa de la teoria clàssica del potencial, sinó que s'usen tècniques de teoria geomètrica de la mesura, i el van obtenir D. P. Hardin i E. B. Saff l'any 2005. En aquest apartat, el conferenciant ens va obsequiar amb unes animacions que mostraven com es distribueixen els punts que minimitzen l'energia sobre

una esfera i un tor, per a diferents valors de α i N . Es poden consultar a les planes web: <http://www.maths.unsw.edu.au/~rsw/Torus> i <http://physics.syr.edu/condensedmatter/thomson/thomsonapplet.htm>.

A partir d'aquí, la xerrada va entrar en aspectes més sofisticats i centrats en el camp de recerca del conferenciant. Hi van aparèixer els conceptes d'integració numèrica, punts de Fekete, successió de Marcinkiewicz-Zygmund, successió d'interpolació, densitats d'una família de punts, valors i vectors propis, operador de concentració, etc. Com a conseqüència dels resultats exposats, s'obtenia que els punts de Fekete d'una esfera tendeixen a equidistribuir-se sobre l'esfera quan la quantitat de punts tendeix cap a infinit, és a dir, un resultat similar al casos anteriors. El conferenciant va concloure la xerrada amb una sèrie de preguntes obertes relacionades amb el tema.

Joaquim Ortega-Cerdà és professor del Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi de la UB i la seva recerca està enfocada a aspectes de teoria de funcions i d'anàlisi harmònica. Els resultats exposats en la conferència són fruit de la col·laboració amb Jordi Marzo, el qual sota la direcció de J. Ortega-Cerdà, va llegir la tesi doctoral el mes de juliol passat i actualment gaudeix d'un postdoc a la Universitat Noruega de Ciència i Tecnologia a Trondheim.

Joan Orobítg
UAB

De la mesura del meridià de París a la geodèsia d'avui: l'espai i el temps

El dissabte 22 de novembre, celebrarem l'acte en commemoració dels dos-cents anys de les mesures del meridià, fetes per en Francesc Aragó. L'acte fou organitzat conjuntament per la Societat Catalana de Matemàtiques, la Societat Balear de Matemàtiques i la Societat Catalana d'Història de la Ciència i de la Tècnica.

La necessitat d'una unitat de longitud unificada, que fos acceptada per tots els països, portà els il·lustrats de l'època a definir-la com una fracció del meridià terrestre. El meridià escollit per a ser mesurat va ser el que passa per Dunkerque i París. Aquest travessa Catalunya, i entra al mar per la platja d'Ocata, entre el

Masnou i Premià. Talla l'illa de sa Dragonera, i deixant Mallorca a llevant, es dirigeix cap a la costa algeriana.

A final del segle XVIII, Delambre pel nord i Méchain pel sud varen ser comissionats per a fer les mesures. Aquest darrer vingué al Principat, i visqué un temps a Barcelona, on utilitzà com a vèrtexs geodèsics el castell de Montjuïc i la torre del rellotge del moll de pescadors.

El 1799 varen presentar a París el resultat de les seves mesures, juntament amb la barra que mostrava el metre, la nova unitat de longitud. Molt aviat es decidí prolongar l'amidament sobre l'arc de meridià comprès entre la costa

catalana i sa Dragonera. Méchain fou comissionat una altra vegada, però morí a Castelló sense poder acabar la seva tasca.

El 1806, un jove Aragó, que aleshores ja treballava a l'Observatoire de París, vingué per a acabar la feina. Triangulà tota la costa de Castelló i part de València, i d'allí en un immens triangle saltà a Eivissa i Formentera. Des d'aquestes dues illes, triangulà fins a la Mola de s'Esclop, sobre Andratx, a tocar de sa Dragonera.



La Guerra del Francès del 1808 el sorprengué a Palma. Fou tancat al castell de Bellver, però quasi de manera novel·lesca conseguí arribar a França. Ja de gran, i sent un científic famós, escrigué amb nostàlgia i entusiasme un llibre sobre totes aquestes experiències de joventut.

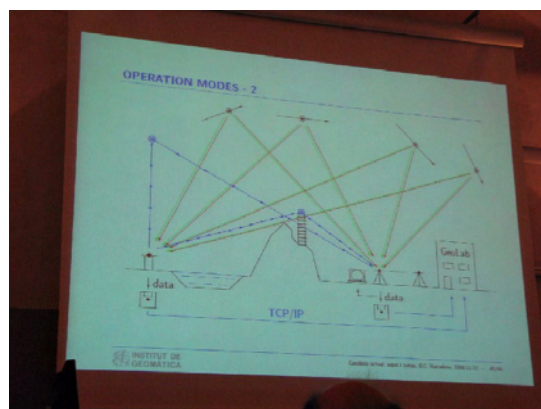
L'acte tingué dues sessions. En la primera, dedicada a la història, Carles Puig ens explicà la figura d'un frare trinitari, Agustí de Canelles, professor de matemàtiques de l'Escola Nàutica, el qual acompanyà Méchain en la segona expedició, i també ens donà a conèixer a Llorenç Presas, que col·laborà molt temps més tard amb Aragó en les observacions a Catalunya d'un eclipsi parcial de Sol, l'any 1842, i en l'observació i enregistrament d'un daguerreotip des de Barcelona, en l'eclipsi del 1851.

En la segona xerrada, en Pierre Bayar, trauctor i escriptor francès afincat des de fa molts anys a Formentera, ens explicà la situació política en l'època en què Aragó féu les mesures, i detalls de la seva biografia. Insistí en l'estada d'Aragó a Eivissa i Formentera, on encara es conserva la casa on s'hostatjà, al punt més alt de la Mola, i també mostrà la caseta

construïda al cim del puig d'Esclop, a sobre d'Andratx, a Mallorca, que fou vèrtex del triangle amb les Pitiüses. A Eivissa, per a observar l'angle del costat que va de la costa valenciana a l'illa, la màxima distància en tota la triangulació, encengueren durant moltes setmanes un llum amb oli de balena, perquè pogués ser vist a la nit des de València. També ens parlà de la influència que tingué la figura d'Aragó en dues novel·les de Jules Verne.

La sessió científica constà de dues xerrades molt apassionants amb el títol: «La geodèsia avui: l'espai i el temps». En la primera, Ismael Colomina, director de l'Institut de Geomàtica, ens insistí en el fet que ara la geodèsia no mesura angles com en el segle XIX, sinó que mesura distàncies detectant el temps que tarda el senyal a viatjar des dels satèl·lits al receptor. Les mesures han de ser tan precises que s'hi han de considerar qüestions com els efectes previstos per la relativitat general, així com l'estat de l'atmosfera, el qual influeix en la velocitat de l'ona electromagnètica. La posició dels satèl·lits ha de ser coneguda amb una precisió extraordinària i els càlculs han de ser fets a temps real.

Destacà la importància que té, per al funcionament de la nostra societat, disposar d'una xarxa geodèsica de gran precisió, i no puc deixar de referir-me al seu comentari sobre la utilització d'una superfície equipotencial del camp gravitatori com a superfície de referència, la qual canvia contínuament amb el temps, i que dona la imatge que *la terra batega*.



Finalment, Antoni Rius, de l'Institut d'Estudis Espacials de Catalunya, investigador de llarga trajectòria en aquest camp, ens féu l'última xerrada, incidint en diferents aspectes del GPS, i fent-nos gaudir mostrant-nos unes imatges d'un experiment desenvolupat aquest mateix

any, en el qual, observant els diferents camins amb els quals arriba el senyal al receptor, es pot deduir a temps real si la superfície de la terra, considerada com una superfície de reflexió, és rugosa o llisa. Un avió volà des de la mar Bàltica fins a prop de València, fent a voltes distintes passades sobre el mateix lloc, i el sistema detectava, presentant-t'ho amb un canvi de coloració, si el mar estava en calma o tempestuós.

L'acte, a pesar de fer-se un matí de dissabte i de les temptacions i dificultats que això suposa, tingué una elevada assistència. Crec que deixà un bon record a tots els qui vàrem tenir la sort de poder ser-hi. També ens mostrà la complexitat d'aquest tema apassionant, que ha estat una motivació per a la recerca matemàtica des de fa tant de temps.

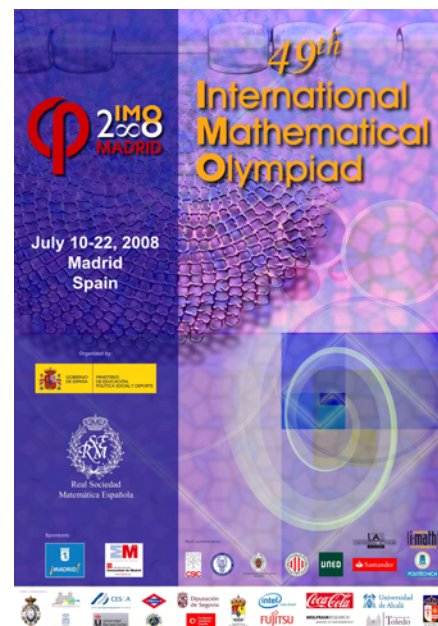
Josep Lluís Solé
UAB

49a Olimpíada Internacional de Matemàtiques a Madrid

Del 10 al 22 de juliol d'enguany es va celebrar a Madrid la 49a Olimpíada Internacional de Matemàtiques, coneguda habitualment com a IMO segons les seves inicials en anglès. Recordem que les olimpíades matemàtiques són competicions adreçades a estudiants l'objectiu de les quals és resoldre, en un temps limitat, un seguit de problemes que requereixen enginy i creativitat. Les solucions parcials o completes dels participants es puntuen i es classifiquen segons la suma de les puntuacions aconseguides en cadascun dels problemes. Actualment se celebren cada any moltes olimpíades matemàtiques, a molts racons del món i adreçades a estudiants de tots els cicles educatius. De totes aquestes competicions, la que aplega més participants i de més països diferents és la IMO: adreçada a estudiants no universitaris, va començar com una competició entre països de l'est d'Europa, i ha anat creixent amb el pas dels anys fins a arribar, enguany, a implicar un centenar de països diferents. Mai no s'havia celebrat una IMO tan a prop de casa nostra, i és probable que passin força anys abans que es repeteixi una situació similar. Va ser, doncs, una ocasió ben excepcional.

La preparació de la IMO d'enguany va ser dirigida per un comitè, proposat per la Real Sociedad Matemática Española (RSME), que va haver de treballar de valent per organitzar en menys de dos anys les moltes qüestions implicades per a una IMO, tals com allotjament dels participants, preparació dels enunciats, aules per realitzar les proves, correcció dels exàmens, activitats per als estudiants, etc. Les xifres que es van moure en aquesta IMO són d'una magnitud

molt considerable: prop de sis-cents estudiants de secundària d'uns cent països, dos o més acompanyants per país, una vuitantena de professors correctors, uns noranta observadors, més d'un centenar de voluntaris per fer de guia a cadascun dels països o col·laborar en les moltes activitats organitzades.



La Societat Catalana de Matemàtiques es va implicar institucionalment a fons en l'organització d'aquesta olimpíada, en coherència amb la llarga tradició que suposa haver organitzat des del primer any l'olimpíada catalana i des de fa ja bastants anys les classes de preparació per a l'olimpíada. Un exemple molt rellevant va ser l'organització de la reunió que va tenir lloc els dies 26 i 27 d'abril a Barcelona de tot l'equip de correctors de la IMO. Aquesta trobada va

servir per preparar en condicions òptimes la correcció dels exàmens, una tasca tan important com delicada.

Ja hem dit abans que a la IMO d'enguany van participar-hi un centenar de països, la majoria dels quals van estar representats per sis estudiants, el màxim permès per les normes de la competició. Molts d'aquests estudiants eren dels últims cursos de secundària, tot i haver-n'hi força de més joves. Seguint el reglament de la IMO, aproximadament la meitat dels estudiants van rebre una medalla d'or, plata o bronze (en proporcions d'u, dos i tres, respectivament). L'equip espanyol va obtenir tres medalles de bronze, un molt bon resultat.

Davant les olimpíades matemàtiques sorgeixen de manera natural diverses preguntes. Quin és el pes que rep en aquests esdeveniments l'aspecte competitiu? Quina relació han de tenir les olimpíades matemàtiques amb els altres àmbits en els quals es viuen les matemàtiques, des de les escoles fins al món de la recerca, passant per l'ensenyament universitari? Abordades positivament i en profunditat, aquestes preguntes donen una visió en tota l'amplitud de la gran riquesa que aporta al món de l'ensenyament matemàtic l'existència de les olimpíades. Pel que fa a la primera pregunta, certament l'aspecte competitiu és central en les olimpíades, essent com són competicions; però les olimpíades també són una magnífica ocasió per als estudiants d'establir llaços d'amistat amb d'altres estudiants, d'altres països, amb qui comparteixen la passió per les matemàtiques. (No cal dir que, amb el pas del temps, sovint és aquest segon aspecte el que més preval a la memòria.) Per respondre adequadament la segona pregunta, cal veure les olimpíades com el que són: una competició en resolució de problemes de matemàtiques contra rellotge. Essent una competició, han de ser contemplades relativitzant-ne els seus resultats, com és raonable: no obtenir un bon resultat a les olimpíades no vol dir estar mancat d'habilitats per resoldre ràpidament problemes difícils. Més important encara és tenir present que una cosa és resoldre problemes matemàtics contra rellotge i una altra és fer matemàtiques. Es pot ser un matemàtic excel·lent sense ser particularment ràpid mentalment. Fets aquests aclariments, creiem que promoure la participació a les olimpíades és una molt bona manera de despertar entre els estudiants l'interès per les

matemàtiques (de la mateixa manera que les competicions esportives poden despertar l'afició a practicar esport). Però les olimpíades també poden tenir un paper molt positiu en el món universitari, que per complir l'objectiu (que per la seva natura li és propi) de buscar l'excel·lència en el coneixement ha de buscar, també, estudiants excel·lents. Així ho entenen les millors universitats del món, que després de cada IMO s'adrecen als millors classificats i els ofereixen totes les facilitats per poder estudiar als seus centres.



Participants a la 49a Olimpíada Internacional de Matemàtiques a Madrid.

Poder col·laborar en l'organització d'una IMO ha estat una experiència excepcional per a moltes de les persones implicades en l'organització de les olimpíades matemàtiques a Catalunya i Espanya. Esperem que, més enllà de la satisfacció d'haver organitzat a Espanya un esdeveniment d'aquesta mena, tota la feina feta doni fruits a més llarg termini. Tant per engrescar més i més gent a treballar per les olimpíades a casa nostra, com per facilitar que les olimpíades matemàtiques rebin al nostre país cada cop més reconeixement i suport per part de les institucions educatives (tant en l'àmbit de secundària com en l'universitari), fins a arribar a un nivell comparable al que troben en molts països de llarga tradició matemàtica.

Un article sobre una IMO en una revista de matemàtiques quedaria a mig fer si no oferís els enuncis dels problemes als seus lectors. Això és el que fem a continuació. Que els disfruteu!

1. Un triangle acutangle ABC té ortocentre H . La circumferència amb centre al punt mitjà de BC que passa per H talla la recta BC als punts A_1 i A_2 . La circumferència amb centre al punt mitjà de CA que passa per H talla la recta CA als punts B_1 i B_2 . La circumferència amb centre al punt mitjà de AB que passa per H talla la recta AB als punts C_1 i C_2 .

Demostreu que $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ estan en una mateixa circumferència.

2. a) Demostreu que se satisfà

$$\frac{x^2}{(x-1)^2} + \frac{y^2}{(y-1)^2} + \frac{z^2}{(z-1)^2} \geq 1$$

per a tots els nombres reals x, y, z diferents de 1 que satisfan $xyz = 1$.

b) Demostreu que existeixen infinites ternes de nombres racionals x, y, z diferents de 1, que satisfan $xyz = 1$, i per als quals la desigualtat anterior és una igualtat.

3. Demostreu que existeixen infinits nombres enters positius n tals que $n^2 + 1$ té un divisor primer més gran que $2n + \sqrt{2n}$.

4. Trobeu totes les funcions $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ (és a dir, les funcions f dels nombres reals positius als nombres reals positius) tals que

$$\frac{f(w)^2 + f(x)^2}{f(y^2) + f(z^2)} = \frac{w^2 + x^2}{y^2 + z^2}$$

per a tots els nombres reals positius w, x, y, z que satisfan $wx = yz$.

5. Siguin n i k enters positius tals que $k \geq n$ i $k - n$ és parell. Hi ha $2n$ làmpades numerades

$1, 2, \dots, 2n$, cada una de les quals pot estar encesa o apagada. Inicialment totes les làmpades estan apagades. Es consideren successions de passos: a cada pas es tria exactament una làmpada i se'n canvia l'estat (si està apagada s'encén, si està encesa s'apaga).

Sigui N el nombre de successions de k passos al cap dels quals les làmpades $1, 2, \dots, n$ queden totes enceses, i les làmpades $n+1, \dots, 2n$ queden totes apagades.

Sigui M el nombre de successions de k passos al cap dels quals les làmpades $1, 2, \dots, n$ queden totes enceses, i les làmpades $n+1, \dots, 2n$ queden totes apagades sense haver estat mai enceses.

Calculeu el quocient N/M .

6. Siguin $ABCD$ un quadrilàter convex tal que les longituds dels costats BA i BC són diferents. Siguin ω_1 i ω_2 les circumferències inscrites dins dels triangles ABC i ADC respectivament. Se suposa que existeix una circumferència ω tangent a la perllongació del segment BA després de A , i tangent a la perllongació del segment BC després de C , la qual també és tangent a les rectes AD i CD . Demostreu que el punt d'intersecció de les tangents comunes exteriors de ω_1 i ω_2 està sobre ω .

Ignasi Mundet
UB

El Cangur de la SCM: pinzellades

El diari *La Vanguardia*, en la seva edició del 4 d'abril de 2008, a la seva segona pàgina va atorgar un semàfor verd a la comissió **Cangur** de la SCM:

Semáforo verde. Comisión pruebas Cangur Más de 22.000 alumnos de 3^o de ESO a 2^o de bachillerato de Catalunya, Comunidad Valenciana, Baleares y Andorra participaron en las pruebas Cangur, concurso que quiere estimular el aprendizaje de las matemáticas.

Tot i que nominalment hi figurava jo mateix, he volgut començar aquest recull de notícies i comentaris manifestant que crec que aquest semàfor de cap manera s'ha d'entendre com un reconeixement personal, sinó que representa un premi que s'atorga a la tasca de tota la

comissió **Cangur** i que rebem amb satisfacció. Sens dubte el ressò creixent que se'n fan els mitjans de comunicació és un reflex de l'èxit del **Cangur** any rere any. És molt important ampliar l'abast d'aquest reconeixement a tothom que va col·laborar per a l'excel·lent desenvolupament de l'activitat (professorat, centres, institucions, patrocinadors) i a tot el conjunt d'alumnes que hi van participar. L'èxit és vostre. Gràcies!!!

* * *

El dia 28 de maig de 2008, a les 6 de la tarda va tenir lloc a l'Auditori de l'Edifici Vèrtex de la Universitat Politècnica de Catalunya, a Barcelona, l'acte solemne de lliurament dels premis del XIII **Cangur** de la SCM. L'acte va ser presidit pel senyor Antoni Giró, rector de la UPC,

i va comptar amb l'assistència dels honorables consellers d'Educació i de Cultura de la Generalitat de Catalunya, el senyor Ernest Maragall i el senyor Joan Manuel Tresserras. La mesa d'honor la completaven els presidents de l'Institut d'Estudis Catalans i de la Societat Catalana de Matemàtiques com a entitats que impulsen el **Cangur**, la senyora Elisabet Saguer, professora de l'IES Jaume Vicens Vives de Girona com a símbol de l'agraïment a tot el professorat que col·labora en el **Cangur**, i la senyora Plamena Stoyanova, pin de plata del **Cangur**, per tal de fer avinent que la veritable ànima del **Cangur** són els nois i les noies que hi participen.

L'acte va ser brillant. A l'emotivitat que sempre representa veure un magnífic estol de nois i noies recollir els seus premis, i als discursos de les autoritats, s'hi van sumar enguany uns moments de màgia i de música a càrrec d'alumnes universitaris premiats en antigues edicions del **Cangur**. Ara bé, mentre gaudíem del refrigeri a què ens va convidar la UPC, molta gent comentava com d'interessant va ser que una personalitat del món de la política, com ho és per a nosaltres el conseller de Cultura, manifestés públicament que les matemàtiques són una part molt destacada del fet cultural i que per això eren transcendents activitats com el **Cangur**.

* * *

El 2008 ha estat el segon any que, als patrocinadors econòmics fonamentals del **Cangur**, a saber el Departament d'Educació i l'Institut d'Estudis Catalans, s'hi ha sumat l'Obra Social Caixa Sabadell. Va ser una llàstima que per circumstàncies diverses cap dels representants d'aquesta entitat pogués formar part de la mesa presidencial del nostre acte d'entrega de premis, però ben cert que els hi comptàvem.

Després, el dia 29 d'octubre, l'Obra Social Caixa Sabadell, dins el marc del 150è aniversari de l'entitat, va celebrar un acte amb àmplia participació de representants del que els mitjans de comunicació en diuen de vegades la societat civil, per a donar a conèixer algunes de les accions que l'any 2008 havien rebut un premi/subvenció de l'Obra Social. Entre les entitats convidades a explicar amb tots els ets i uts la seva experiència hi va ser el **Cangur** de la SCM, cosa que ens honora i que agraïm.

* * *

Les anteriors són tres pinzellades que indiquen que potser ja anem avançant cap a un reconeixement social de la tasca de divulgació de les matemàtiques que fan tants i tants professors als nostres centres de secundària. Una de les mostres d'aquesta tasca és la prova **Cangur**. Quines van ser les dades de l'any 2008? Al XIIè **Cangur** corresponent a centres de Catalunya, la Comunitat Valenciana i Andorra que són els que s'apleguen en l'organització administrativa directa de la SCM hi han participat alumnes de cinc-cents quaranta-tres centres escolars, que es van agrupar en cent vint-i-tres seus (vint-i-sis en centres universitaris pertanyents a onze universitats diferents; vuit en centres cívics; la resta en centres de secundària). La col·laboració de molta i molta gent ha permès superar els divuit mil participants (18.529 exactament) i arribar a port feliçment amb un augment de participació de més del 8 % respecte a l'any anterior. I si a aquests hi sumem els més de tres mil de l'organització germana del **Cangur** a les Illes Balears arribem pràcticament als 22.000 que va publicar la premsa.

Tots els detalls de l'organització, com és ara la distribució dels centres en seus, els enunciats i respostes de la prova o la relació del 3 % d'alumnes més destacats els podeu trobar al web <http://www.cangur.org/cangur/cang2008/> on també tenen, naturalment, un lloc destacat els guanyadors, que van ser:

Primer nivell: Carlos Órtiz Valcárcel (Institut d'Educació Secundària Pere Boïl, Manises), amb 150 punts, és a dir, amb totes les respostes correctes.

Segon nivell: Joan Vicent Folch Celades (IES Alfonso XIII, la Vall d'Alba), 143,75 punts.

Tercer nivell: Roger Mont Arnal (IES Gregori Maians, Oliva), 137,50 punts

Quart nivell: Adrián Rey Rodríguez (IES Vicent Castell i Domenech, Castelló de la Plana), 141 punts.

Cada any els alumnes i les alumnes que participen en el **Cangur** reben com a record de la seva participació un pin. El color d'aquest pin indica el nivell: verd, primer nivell; blau, segon nivell; groc, tercer nivell; vermell, quart nivell. La SCM té establerta una distinció especial del **Cangur**, que anomena el pin de plata. Aquest reconeixement es fa, entre d'altres, a aquells alumnes o aquelles alumnes que acaben la seva

participació en el **Cangur** i que hi han tingut premi en cadascun dels quatre nivells. En l'acte d'entrega de premis del **Cangur** 2008 es va atorgar aquesta distinció a Ahmed Blanca Ruiz (IES de Quart de Poblet), Pau Farrera Soler (IES Alt Penedès, Vilafranca del Penedès) i Adrián Rey Rodríguez (IES Vicent Castell, Castelló).

Una dada ben important per al funcionament del **Cangur** és la diversitat geogràfica. En el XIII **Cangur** s'han aplegat centres de cinquanta-tres comarques i de cent noranta-set municipis. Enguany, d'est a oest i de nord a sud, hem arribat de Roses (Empordà) a Utiel (a la zona de parla castellana de la Comunitat Valenciana) i de la Jonquera (Empordà) a Guardamar (Baix Vinalopó). A més, el **Cangur** també se celebra en cadascuna de les illes Balears. És important destacar que la diversitat que acabem de comentar va acompanyada de la diversitat en els premis. Vegeu: a l'acte d'entrega de premis celebrat a la UPC, comptant els premiats en el **Cangur** i les persones que reben menció honorífica (fins a l'1 % dels participants) es van esmentar cent vint-i-un centres escolars diferents. Ben segur que tothom estarà d'acord que aquesta és una dada que només es pot valorar de manera excel·lent i la SCM se'n mostra molt satisfeta.

* * *

Pensem que 22.000 nois i noies, xiquets i xiquetes, al·lots i al·lotes, fent alhora matemàtiques, buscant el gust en la resolució de problemes, és molta gent? Tots pensem que sí! I aleshores, si veiéssim que a Eslovènia, una república amb poc més de dos milions d'habitants, participen en el **Cangur** prop de 90.000 alumnes, seguiríem pensant el mateix? A casa nostra, el **Cangur** es convoca per al segon cicle de la ESO i el Batxillerat, la franja d'edats de catorze a divuit anys. Allà abasta una franja més àmplia, la que va dels onze als divuit anys. Però això sol no explica la diferència. Com s'ho poden fer? Per la manera d'organitzar la prova.

A Eslovènia, que hem esmentat com a exemple, i pràcticament en tots els països, els enunciats s'envien en paper o per internet als centres escolars i la celebració del **Cangur** es pot considerar una activitat més de classe, cada alumne a la seva aula. La SCM des del primer any va voler afegir un caràcter de celebració conjunta a la diada del **Cangur**, una recerca de la festa de

les matemàtiques pel fet d'aplegar alumnes de diversos centres en una mateixa seu. Creiem que aquesta característica diferenciadora del nostre **Cangur** ha contribuït decisivament a l'èxit i, en aquest sentit, és imprescindible recalcar una vegada i una altra l'ajut de les universitats que ofereixen aules, i la possibilitat que ofereixen alguns centres cívics d'acollir alumnes de la seva població o comarca. Pel que fa al **Cangur** 2008, és de destacar que més de 3.500 alumnes van fer la prova en poblacions diverses en aules de la Universitat Politècnica de Catalunya; més de 1.700 en les tres seus de la Universitat Politècnica de València; més de 600 en cadascuna de les seus de la Universitat de Girona, la Universitat Rovira i Virgili a Tarragona i la Universitat de Lleida. I així en molts i molts llocs que, a més, organitzen altres activitats per completar la jornada o comparteixen l'esmorzar. Enguany també les Illes Balears s'han afegit a aquesta manera d'organitzar la prova i, per exemple, han aplegat dos mil alumnes al pavelló esportiu Palma Arena per celebrar el **Cangur**.

Gràcies a tothom que fa que, d'aquesta manera, el **Cangur** sigui més viu i esdevingui una veritable activitat científica de masses —com diuen els estatuts de Le Kangourou Sans Frontières—, un impuls decisiu per a la divulgació del fet matemàtic com a element de la cultura.

En aquests moments, ja està plenament en marxa el XIV **Cangur**, el de l'any 2009. De fet, ja fa una colla de mesos que hem començat a treballar en l'organització tècnica i en d'altres aspectes.

El primer treball de la comissió catalanobalear consisteix cada any a redactar, durant els mesos d'estiu, una llista de propostes de problemes que s'envien a la comissió que prepara el *meeting* de Le Kangourou Sans Frontières. L'any 2008 aquesta trobada internacional on Catalunya hi té representació nacional a través de la SCM s'havia de fer durant el mes d'octubre a Tbilisi (Geòrgia), però raons de tots conegudes van fer aconsellable canviar la seu de la reunió que, finalment, es va celebrar a Berlín del 15 al 18 d'octubre.

L'objectiu principal d'aquestes sessions de treball és l'establiment dels enunciats per a la prova **Cangur** de l'any següent. Sovint, com ha passat aquest any, en la selecció definitiva d'enunciats hi consten les nacions que els han proposat. Doncs bé, per a aquesta convocatòria,

dels 120 enunciats que apareixen en els quatre nivells **Cangur** que fem a Catalunya, un total d'onze constaven amb l'afegitó (Catalonia) per indicar qui els havia suggerit. I això, tenint en compte que a la reunió participen representants de més de quaranta nacions, és un bon percentatge!

Esperem que els enunciats del **Cangur** 2009 us agradin. Aleshores ja no constarà quina nació n'ha proposat cada un!

Durant el *meeting Kangourou*, també es fa l'assemblea anual de l'Associació Internacional. En aquesta ocasió, s'havia de renovar el *Bureau* (així en diuen de la junta) que es completa amb unes vicepresidències lligades amb la celebració de les trobades internacionals. Com diuen els estatuts, si l'any n s'ha de fer la reunió internacional en una nació, un representat d'aquella nació ostenta la vicepresidència els anys $n - 1$, n i $n + 1$. Per aquesta raó, com que a Catalunya es va celebrar la reunió de preparació del **Cangur** 2007, durant tres anys jo mateix he tingut aquest càrrec.

Durant les sessions a Berlín, un grup de representants d'altres països van animar la professora Marta Berini, que hi era en representació de Catalunya, a presentar-se a les eleccions. És clar que tota la nostra representació, que enguany formaven a més d'ella els professors Carles Romero i Lluís Almor de l'IES Manuel Blancafort, la professora Mireia López de l'IES Milà i Fontanals i els representants balears Arnau Mir i Miquel Àngel Amengual també la van animar. I així va ser com Marta Berini (Catalonia) —així constava— va ser elegida per votació «cada país un vot» per formar part durant els propers anys

de l'equip de govern de l'associació Le Kangourou Sans Frontières. Tant de bo en molts altres àmbits el reconeixement internacional de Catalunya fos el mateix que tenim en el **Cangur**! Marta, enhorabona!

* * *

Per a mi, com per a tota la comissió **Cangur**, la feina que fem *gratis et amore* per a dur a bon port el vaixell del **Cangur** és engrescadora però de vegades esgotadora. Per aquesta raó jo havia dit des de fa alguns anys als membres de la comissió que vull seguir-hi treballant, però que m'aniria bé un relleu com a cap de la comissió. Potser la circumstància que acabo d'explicar ha ajudat a què en la reunió celebrada a mitjan novembre, finalment, s'hagi procedit a un relleu. Si la SCM accepta la proposta, a partir d'ara Marta Berini serà la cap de la comissió **Cangur** de la SCM.

Crec que la tasca de Marta Berini és coneguda (i reconeguda!) per tothom! Esmentem la seva vàlua didàctica de molts anys amb el grup Zero, l'impuls per a la formació de l'associació ABEAM i la seva integració en la FEEMCAT —de la qual va ser presidenta uns anys—, la col·laboració en les organitzacions del Fem Matemàtiques, del **Cangur** des de fa molts anys, dels Problemes a l'Esprint i, des de la seva implantació a Catalunya, la coordinació del projecte ESTALMAT.

Els membres de la comissió **Cangur**, jo entre ells, i tot el professorat i molta altra gent arreu dels Països Catalans ja t'ajudarem en tot el que puguem en la teva nova tasca de cap de la comissió. Ànim!

Antoni Gomà
Comissió **Cangur** de la SCM

Agenda

Exposició: «Nombres de bona família»

Data i lloc: de juliol de 2008 a maig de 2009 al CosmoCaixa.

Organització: CosmoCaixa, Barcelona.

http://obrasocial.lacaixa.es/centros/cosmocaixabcn_ca.html

Programa de recerca «Mathematical Biology: Modelling and Differential Equations»

Data i lloc: de gener a juny de 2009 al CRM.

Coordinadors: A. Calsina (UAB), J. A. Carrillo (ICREA-UAB), A. Guillamon (UPC).

<http://www.crm.cat/Research/0809/Mathematical%20Biology/>

I-Math winter school: DocCourse on Combinatorics and Geometry 2009, Discrete and Computational Geometry
Data i lloc: del 8 de gener al 27 de març de 2009 al CRM.

Coordinadors: M. Noy (UPC), F. Hurtado (UPC), J. Pfeifle (UPC) i F. Santos (Universitat de Cantàbria).

<http://www.crm.cat/DOCCOURSE2009>

Winter School, Recent Trends in Nonlinear Science

Data i lloc: del 26 al 30 de gener de 2009 a Carmona (Sevilla).

Coordinadors: A. Jorba (UB) i C. Núñez (U. Valladolid).

<http://www.dance-net.org/rtns2009/>

Programa de recerca «Harmonic Analysis, Geometric Measure Theory and Quasiconformal Mappings»

Data i lloc: de febrer a juliol de 2009 al CRM.

Coordinadors: X. Tolsa (ICREA-UAB) i J. Verdera (UAB).

<http://www.crm.cat/Research/0809/Harmonic/default.htm>

Advanced Course on Mathematical Biology: Modeling and Differential Equations

Data i lloc: del 2 al 6 de febrer de 2009 al CRM.

Coordinadors: A. Calsina (UAB), J. A. Carrillo (ICREA-UAB), A. Guillamon (UPC).

<http://www.crm.cat/ACMODELING>

Conference on Mathematical Biology: Modeling and Differential Equations

Data i lloc: del 9 al 13 de febrer de 2009 al CRM.

Comitè científic: R. Bravo (U. Alcalá de Henares), A. Calsina (UAB), J. A. Carrillo (ICREA-UAB), A. Guillamon (UPC), B. Perthame (ENS-Universitat París VI) i A. Stevens (U. de Heidelberg).

<http://www.crm.cat/CMODELING>

Geometric and Asymptotic Group Theory with Applications

Data i lloc: del 9 al 12 de març de 2009 a l'Stevens Institute of Technology (EUA).

Comitè organitzador: B. Gilman i Sasha Ushakov (Stevens Institute), A. Miasnikov (McGill U.), D. Osin (Vanderbilt U.), Vladimir Shpilrain (City College of New York) i E. Ventura (UPC).

<http://www.algebraforum.org/conference/>

Harmonic Analysis and PDE: Fluid Mechanics and Kato's Problem

Data i lloc: del 9 al 13 de març de 2009 al CRM.
Coordinadors: X. Tolsa (ICREA-UAB) i J. Verdera (UAB).

<http://www.crm.cat/harmonicpde>

Young Researchers in Set Theory Workshop 2009

Data i lloc: del 14 al 18 d'abril de 2009 al CRM.

Comitè científic: D. Asperó (ICREA-UB), N. Castells (UB), G. Fuchs (Institut für Mathematische Logik und Grundlagenforschung), B. Irrgang i J. Veldman (Mathematisches Institut, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität), M. A. Mota (UB) i K. Thompson i M. Viale (Kurt Gödel Research Center for Mathematical Logic).

http://www.crm.cat/wkset_theory

Multilinear Harmonic Analysis and Weights

Data i lloc: del 4 al 8 de maig de 2009 al CRM.

Coordinadors: J. Mateu (UAB) i J. Orobítg (UAB).

<http://www.crm.cat/multilinearharmonic>

Workshop and Advanced Course on Deterministic and Stochastic Modeling in Computational Neuroscience and Other Biological Topics

Data i lloc: de l'11 al 15 de maig de 2009 al CRM.

Coordinadors: A. Calsina (UAB), J. A. Carrillo (ICREA-UAB), A. Guillamon (UPC).

<http://www.crm.cat/wkmodeling>

Non-Semimartingale Techniques in Mathematical Finance

Data i lloc: del 26 al 28 de maig de 2009 a la Helsinki University of Technology.

Comitè organitzador: F. Biagini (Mathematisches Institut der Universität München), J. M. Corcuera (UB), A.-P. Perkkio i E. Valkeila (Helsinki University of Technology), i F. Russo (INRIA Paris-Rocquencourt).

<http://math.tkk.fi/research/stochastics/nonsemimartingale/homepage/index.html>

Exposició: «Matemàtiques i Vida»

Data i lloc: del 7 de maig al 28 de juny de 2009 a la Sala d'Exposicions de Caixa Manresa (Plana de l'Om 5, Manresa).

Organització: Fundació Caixa Manresa.

http://www.caixamanresa.es/index_obra_social.php

Four Advanced Courses on Quasiconformal Mappings, PDE and Geometric measure Theory

Data i lloc: del 3 al 12 de juny de 2009 al CRM.

Comitè científic: X. Tolsa (ICREA-UAB) i J. Verdera (UAB).

<http://www.crm.cat/acmappings>

Conference on Harmonic Analysis, Geometric Measure Theory and Quasiconformal Mappings

Data i lloc: del 15 al 19 de juny de 2009 de 2009 al CRM.

Comitè científic: X. Tolsa (ICREA-UAB) i J. Verdera (UAB).

<http://www.crm.cat/charmonic>

Effective Methods in Algebraic Geometry

Data i lloc: del 15 al 19 de juny de 2009 a l'IMUB.

Comitè executiu: L. M. Pardo (Santander), W. Decker (Saarbrücken), A. Dickenstein (Buenos Aires), J. Elias (UB), M. Giusti (París),

A. Montes (UPC), R. Piene (Oslo), F. Sottile (College Station, EUA) i C. Traverso (Pisa).

<http://www.imub.ub.es/mega09/about.php>

XIV Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas

Data i lloc: de l'1 al 4 de juliol de 2009 a la Universitat de Girona.

Comitè científic: C. Barceló i S. Margelí (FEEM-CAT), F. Martín (FESPM), C. Lázaro (Sociedad Matemática de Profesores de Cantabria), M. N. Pérez (Sociedad Canaria Isaac Newton), L. Berenguer (Sociedad Andaluza de Educación Matemática), J. A. Trevejo (Sociedad Asturiana de Educación Matemática).

<http://xivjaem.org/>

Advanced Course on Optimization: Theory, Methods, and Applications

Data i lloc: del 20 al 24 de juliol de 2009 al CRM.

Comitè científic: A. Daniilidis (UAB), J. E. Martínez (UAB), E. Carrizosa (U. Sevilla), L. Escudero (U. Miguel Hernández) i J. Puerto (U. Sevilla).

<http://www.crm.cat/OPT2009>

Contribucions

Una història curiosa

Hi ha una història curiosa. L'any 1959 els russos van posar en òrbita terrestre l'*Sputnik*. Allò va sorprendre i espantar els nord-americans que es preparaven per a ser els primers a llançar-se a l'espai. No sé qui, ni com, potser un bon estrateg, va atribuir el seu relatiu retard a una manca de tecnologia científica. Com a conseqüència d'això, el Govern dels EUA va abocar una gran quantitat de diners en el reforçament i la creació de centres de recerca que es dediquessin a les ciències rellevants per a llançar coets i per a dirigir les seves càrregues. És així com la Martin Co., que havia fabricat avions per a la Segona Guerra mundial i que estava fabricant coets a Denver, va obrir tot un centre de recerca, el Research Institute for Advanced Studies

(RIAS) a Baltimore, una ciutat gairebé de la mida de Barcelona, a l'estat de Maryland, a la costa oriental dels EUA, i a menys d'un centenar de quilòmetres de Washington DC. Ocupava una mansió senyorial al nord de la ciutat, ja fora de la zona urbana, prop d'un llac i voltada de bosc. Un paradís. Es va dedicar a la recerca en física, química, metal·lúrgia i... matemàtiques. Els matemàtics van tenir la missió de desenvolupar la teoria de control i l'estudi de la dinàmica més enllà de l'estat en què es trobava als EUA. Com que volien conèixer quin era el treball dels russos en el tema, van encomanar la direcció del departament de matemàtiques a Solomon Lefschetz, rus de naixement i capaç de llegir i entendre el rus, la qual cosa era molt important

per al projecte! Lefschetz havia estudiat enginyeria a França, en un accident havia perdut les dues mans (les havia ficades dins d'un generador elèctric en funcionament que no anava prou bé) i les havia substituïdes per unes mans de fusta amb un mecanisme que li permetia agafar llapis, plomes i guixos. Feia impressió quan en presentar-te'l et donava la mà sense que ho sabessis. Retirat de l'enginyeria es va dedicar a la matemàtica. Va ser professor de la Universitat de Princeton fins a la seva jubilació. Els seus treballs versen sobre topologia; va ser-ne un dels precursors, i el seu teorema del punt fix és ben conegut, així com algun text. Ja jubilat el va tornar a atreure l'enginyeria, ara en equacions diferencials i teoria del control, seguint els matemàtics russos. D'entre els russos que havíem d'estudiar podem esmentar Nemitski, Stepanov, Krasovsky, Shimanov, Anosov, etc.

Al RIAS es va reunir un bon aplec de matemàtics de tot arreu. La majoria dels EUA, com són LaSalle, Kalman, Hale, Schwartz, Stupnagel, Kushner, Weiss, Chafee, Meyer, Datko, Auslander, Coleman, Halkin, Jones, Reinhart, Cooke, Hermes, Mallet-Paret..., però també hi havia alemanys (Seibert), australians (Whonam), brasilers (Peixoto, Onuchic, Roxin,...), indis (Bhatta, Lakshmikantham), italians (Szegő, Infante), anglesos (Smith) i canadencs. Cap rus excepte en Lefschetz.

Què feien aquests matemàtics? Doncs, essencialment, estudiar alguns aspectes de les equacions diferencials ordinàries; els interessava força l'estabilitat (és clar, tractant-se de la dinàmica de coets...). Fins i tot es van considerar equacions amb retard en el temps, per a tenir en compte el retard entre l'emissió i la recepció dels senyals a gran distància (que jo sàpiga, de moment no s'han aplicat mai al control de naus espacials per lluny que vagin, però ves a saber!). El que no feien era estudiar directament les equacions particulars que governaven els coets que s'anaven a llençar. Suposadament això ho faria gent més aplicada. De la NASA?

Lefschetz em va contractar com a ajudant d'investigador, el 1962. A Mèxic, on érem, després d'una estona de parlar sobre els meus interessos matemàtics, em va preguntar si parlava anglès; vaig fer un gest indeterminat amb la mà i em va espletar *Do you understand me?*, vaig dir *yes* i em va fer un altre gest d'acceptació. Se suposava que m'havia d'entendre amb en Rudy

Kalman, que es dedicava a l'observabilitat i la controlabilitat de sistemes lineals, però no em va acabar d'agradar el tema: jo anava més per la cosa no lineal, i em vaig apuntar amb el Jack Hale amb les seves equacions amb retard, sobre les quals, al final, vaig fer la meua tesi. En Kalman va emigrar cap a Califòrnia per a fer matemàtica més aplicada. Va inventar el filtre de Kalman.

Jo em vaig apuntar a la recerca d'en Hale en la teoria qualitativa de les equacions amb retard en el temps i eventualment en va sortir una tesi que vaig llegir a la Universitat de Brown. Encara no es parlava gaire de sistemes dinàmics i el meu llibre de capçalera era el Nemitskii-Stepanov; en Lefschetz parlava molt d'estabilitat de Liapunov. Un bon dia ens varen visitar al RIAS l'Anosov i en Pontriaguin. A Pontriaguin, cec, li agradava passejar pel bosc per a sentir el soroll de les fulles seques en trepitjar-les. Anosov em va preguntar què feia i li vaig explicar, afegint que estava encallat en voler demostrar quelcom. Em va preguntar quan temps feia que estava pensant i no me'n sortia. Li vaig dir que tres mesos. «Deixa-ho, doncs», em va dir. Ho vaig fer de moment. El problema s'ha resolt per fi en una tesi que vaig dirigir el 2004.

Es van anar organitzant una sèrie de congressos sobre els temes de recerca, que s'han anat continuant fins als nostres dies, ja oblidats el RIAS i els coets.

El primer congrés que van organitzar va ser a Colorado Springs, l'estiu de 1961, on no vaig anar: encara no m'hi havia incorporat. El tema era «Nonlinear difference equations and non linear dynamics». Entre d'altres van assistir-hi, a més dels membres del RIAS, noms tan prominents com els de Jürgen Moser, Richard Bellman, Robert Kalaba, Lawrence Markus, Y. A. Mitropolsky, George Reeb, Urabe, Yoshizawa, etc.

Quan, el 1964, la Martin Co. va tancar el departament de matemàtiques del RIAS, molts dels que hi érem, encapçalats per en Lefschetz, vam anar a la Divisió de Matemàtica Aplicada de la Universitat de Brown, on es va formar el Centre Lefschetz per a l'estudi de les equacions diferencials.

Als EUA es va formar un altre grup per a l'estudi de les propietats qualitatives de les equacions diferencials i en general dels sistemes dinàmics. Era l'equip de l'Steven Smale, de Berkeley, que va congregar un estol de bons ma-

temàtics: Pugh, Franck, Shub, Newhouse, Palis, Williams, Coppel, Devaney, Yorke... Van crear tot un estil i una terminologia que encara perviu.

Els estols de Lefschetz i d'Smale van conviure alguns congressos en els quals la intercomunicació avivava l'interès i la inventiva.

A Mayagüez, Puerto Rico, el 1965, vaig conèixer Smale, Franck i Pugh i va ser on certament es va produir una fusió d'interessos que es va anar enfortint amb els anys.

A Warwick el 1969 (quan jo anava a l'avió de Nova York cap a Anglaterra, el pilot ens va dir que en aquell mateix moment un home, un americà, trepitjava la Lluna per primera vegada) vaig conèixer en René Thom, de qui Peixoto ja m'havia presentat l'esborrany del seu llibre sobre estabilitat estructural i morfogènesi el 1963. Recordo que, a la xerrada, Thom va dir que en les llengües era difícil passar d'un substantiu a un verb, llavors un del públic va dir que no ho era gens: n'hi havia prou amb posar-hi un *to* al davant. Tota la concurrència va riure.

A Salvador de Bahia el 1971, amb Peixoto, Smale i René Thom recordo les passejades amb Mañé, captivats pels treballs de l'Arnold. També recordo la xerrada al voltant d'una taula amb en Ken Meyer, en J. Moser i J. Hale sobre el teorema que jo em sentia a punt d'obtenir, i que un alumne de Moser se'm va avançar (!). I contemplant els balladors de capoeires, i menjant vatapà preparat amb oli de dendé, i assaborint els dolços bava de moça i quindim de iaia, un dia, llagosta al «Solar de Unhao», un dels millors àpats de la meva vida.

El 1972 ens vam tornar a trobar a Trieste (*Trst* en eslovè), la primera trobada a Europa i, per tant, un munt de cares noves. Érem prop de la cortina de ferro, i en una excursió la vaig creuar inadvertidament i sense papers. Com que anava disfressat d'escalador de roca (cercàvem la roca Rosandra), em van prendre per un espia de l'oest: em van tancar, em van jutjar i, gràcies a la bona labor dels companys que van veure com m'agafaven i a l'acció internacional, em van deixar anar. Aprofitant el viatge, en Bob Williams i jo vam pujar la Jungfrau (per l'aresta sud-oest, no per la ruta fàcil del Jungfrauoch) i Le Moine, de l'Aiguille Verte, on gairebé ens matem. De tornada vaig anar amb el VW que m'acabava de comprar cap a Barcelona. Feia 33 anys que n'havia sortit.

A la Universitat de Northwestern, 1979, estava de moda el caos, i hi van assistir, entre molts altres Shub, Franks, Yorke, Mallet-Paret, Devaney, Williams, Palis Newhouse, Takens... D'aquella ocasió, recordo que havia de convidar al Sotomayor perquè vingués a Barcelona, i se'm va oblidar fer-ho a la conferència. Ja de tornada, a Nova York, anàvem per la 5a avinguda, farcida de gent, on en Simó s'acabava de firar una magnífica calculadora de butxaca, quan de sobte topo amb algú en creuar el carrer 52: Hola Soto! Per cert que se m'havia oblidat dir-te que...

A Chapala (Mèxic) 1986, alguns europeus: René Thom, el de l'estabilitat estructural, que ja havia assistit a Warwick i a Salvador de Bahia, que era un dels motors primers en l'estudi de la morfogènesi, i Douady, que cantava àries de Mozart i feia equilibris sobre les branques de l'arbre gegantí que ens aixoplugava, i Floris Takens, holandès, que amb Hank Broer han estat companys d'inquietuds i treball amb el nostre Carles Simó. Carles Simó, que segueix subjugat per les complicacions dels moviments dels astres, com Poincaré, i a qui els problemes el duen per camins complicats, com les òrbites que s'escapen entre els tors de l'Arnold al voltant del punt d'equilibri de Lagrange.

I després, ja tornant a Europa, Xanthi, a la Macedònia grega, on a l'Equadiff 87 vàrem posar-nos en contacte amb noves cares i noves tendències matemàtiques que varen obrir-nos nous camins matemàtics. O més ben dit, matemàtiques ja no tan orientades a llençar coets ni a la teoria dels sistemes dinàmics, sinó a coses més terrestres com pot ser la biologia. En un àpat, convidat pels organitzadors, em van encolomar l'organització de l'Equadiff 91 a Barcelona. Giorgio Fusco se'ns va unir allí.

El grup dels matemàtics del meu entorn va travessar la cortina de ferro per primera vegada a la sessió del congrés de l'*equadiff* de l'est, a Praga el 1989. Moltes cares noves de gent de l'est. Per la nostra part vam capturar (o potser vam ser capturats per) en Brunovsky i en Polàtxic. Vam coincidir amb la gran manifestació de la plaça de Wenceslau i quan anàvem en cotxe cap a Bratislava érem a la mateixa corrua de cotxes que anaven cap a Hongria, on ja havien obert la cortina de ferro.

D'aquestes trobades, i de la de Lisboa el 1990, vam reclutar bons matemàtics per a Barcelona i el nostre equip: Henry i Kalantarov. En

Henry que va resoldre un problema amb el qual jo no havia pogut i que va llegir la tesi amb en Hale just després meu. I en Kalantarov, de l'Azerbaidjan, àzeri per tant, que em convidava a anar amb ell a Samarcanda. Viatge frustrat.

I per fi, Barcelona, a l'Equadiff 91, on per primera vegada van participar-hi els matemàtics russos. D'aquesta darrera trobada recordo que tot parlant amb un rus d'Irkutsk li vaig esmentar que lluny que això era, i em va respondre:

«tu no saps el lluny que és això!» Vaig sentir la gran extensió siberiana aïllada del món pels quilòmetres i la política com l'Strogoff d'en Jules Verne. Després, ja he perdut la pista dels dos grups: el de RIAS i Brown, i el de Berkeley i Smale. S'han anat difuminant i barrejant i llençant llavors arreu per on han passat.

Això sí, ja tenim una estació internacional orbitant la Terra.

Carles Perelló
UAB

Avaluació de la recerca: errors evitables

El primer govern tripartit va publicar el 2004 una convocatòria per a finançar els grups de recerca de Catalunya per un període quadriennal. Aquestes convocatòries representen un moment intens per als membres dels grups de recerca i, sobretot, per als investigadors principals (o caps de grup). S'ha d'escriure un nou projecte de recerca i això significa fer balanç de la feina feta durant els anys passats, reflexionar sobre com redirigir les línies de recerca existents i sobre quins nous reptes plantejar-se. El finançament concedit al nou projecte al final del procés indica amb quins mitjans es treballarà durant els següents quatre anys i és, també, un judici extern sobre la feina feta i sobre l'interès del nou projecte.

La resolució de la convocatòria publicada al cap d'un any va decebre molta gent. De fet, es pot dir, sense exagerar, que va ser un episodi escandalós. El projecte d'un dels historiadors catalans de més prestigi internacional, en Josep Fontana, no va rebre finançament i els diaris se'n varen fer ressò. El projecte d'un matemàtic de la Institució Catalana de Recerca i Estudis Avançats, considerat un valuós investigador per la comunitat matemàtica internacional, tampoc no va ser finançat. Al cap d'uns mesos la persona en qüestió va ser premiada per una prestigiosa institució alemanya pel seu treball científic. Això, malauradament, els diaris ho varen ignorar. El director general de Recerca de la Generalitat i els administratius en cap del seu departament varen comparèixer públicament en diverses universitats catalanes per a donar explicacions, la qual cosa és certament lloable. Per què es va arribar a aquest punt?

Un altre cas digne de menció es va produir en un concurs del ministeri per a dues habilitacions a catedràtic. Després del primer exercici, sis candidats varen rebre la màxima puntuació. Després del segon i últim exercici, la comissió va considerar que un d'ells tenia un avantatge clar sobre els altres, així que la discussió va quedar reduïda als altres. Se'n va sortir el candidat que havia publicat un treball en col·laboració amb el president de la comissió. Com és possible que s'admeti com a membre d'una comissió que ha d'avaluar la recerca realitzada per diverses persones, un col·laborador científic d'una d'aquestes persones? Això no és ser jutge i part?

En el cas dels grups de recerca es va violar un principi fonamental, que diu que tot el procés d'avaluació de la recerca només pot ser dirigit per investigadors qualificats. Quan em refereixo al procés d'avaluació, em refereixo als aspectes crucials: selecció dels investigadors que emeten els informes científics (presencials o a distància), la decisió sobre quin ús s'ha de fer de les bases de dades relacionades amb el factor d'impacte, determinació dels espais de competició (és a dir, àrees en les quals diferents projectes es poden comparar entre si), decisió final en vista dels informes científics, manera de reflectir en el finançament els diversos esglaons de qualitat detectats, i altres. Les decisions sobre aspectes essencials del procés es varen deixar en mans dels administratius, per desídia o per descoïneixement. Certament els gestors realitzen una feina vital en l'organització del procés, però no haurien d'intervenir en aspectes de l'avaluació com els mencionats suara. En no haver-hi un petit comitè de supervisors científics encarregats

d'analitzar el procés des d'una perspectiva global, es varen cometre errors greus. Per exemple, les àrees eren massa grans, de manera que les comissions d'experts no podien emetre judicis amb el coneixement de causa necessari. Es va abusar del factor d'impacte i altres indicadors numèrics, que es van utilitzar fins i tot per a escollir les persones que emetien els informes científics sobre els projectes. Un fet escandalós és que no hi va haver cap científic català que treballi a Catalunya que fos cridat a participar en cap fase del procés d'avaluació. Ni tan sols una persona amb una funció executiva global. És imaginable un país en què les principals decisions sobre el finançament dels grups de recerca les prenen exclusivament forasters? Jo penso que l'innegable fracàs del procés va ser a causa d'haver ignorat el fet fonamental que per actuar com a avaluador o com a gestor executiu de processos d'avaluació s'ha d'haver exercit d'investigador durant períodes significativament llargs de la vida professional. Dit d'altra manera, de l'avaluació de la recerca, en qualsevol dels seus aspectes, se n'ha d'encarregar gent amb les qualificacions pertinents.

El director general de Recerca del Govern

de la Generalitat no va ser cessat. Al contrari, després del final del tripartit va ser inicialment confirmat en el càrrec per l'actual govern d'entesa. Va renunciar al càrrec poc després.

En vista del cas esmentat, cal preguntar-se si l'elecció dels càrrecs polítics no es fa atenent més els mèrits adquirits dins l'estructura dels partits que no pas criteris de competència i adequació a les funcions de caràcter tècnic relatives al càrrec. Si la resposta és que sí, haurem trobat una altra raó per explicar el distanciament entre societat i classe política a Catalunya.

El cas del concurs per habilitar dos catedràtics és diferent. En els països capdavaners en ciència, en particular als Estats Units, hi ha una sèrie de normes, que són fruit d'una llarguíssima experiència i que són àmpliament acceptades, que intenten limitar situacions com la descrita abans. No es pot avaluar un investigador si s'ha col·laborat amb ell (excepte si la col·laboració és molt antiga), si s'és un membre del mateix departament, si es tracta d'un deixeble, etc. Són normes molt elementals de sentit comú que a Espanya no s'apliquen. Jo penso que per deixadesa, per por als canvis o per desconeixement.

Joan Verdera
UAB

Premis

Premis al 5ECM

El propassat mes de juliol (del 14 al 18) es va celebrar a Amsterdam el cinquè Congrés Europeu de Matemàtiques (5ECM). Aquest és el congrés de màxim nivell que organitza l'European Mathematical Society (EMS) cada quatre anys. Una de les activitats estrella del congrés és la cerimònia en la qual l'EMS atorga els premis que té establerts, tant els que són per a joves investigadors com el premi Felix Klein.

A la mateixa revista que teniu entre mans, podeu llegir un article de la Marta Sanz-Solé sobre el desenvolupament del congrés. En aquestes ratlles, presentarem la llista de tots els guar-

donats amb una breu descripció dels treballs que han merescut aquests premis tan valuosos. (Agraïm el permís de l'EMS per a traduir a la *SCM/Notícies* les citacions oficials sobre els guardonats.)

L'EMS ha atorgat aquests premis en tots els congressos europeus celebrats fins al moment: a París el 1992, a Budapest el 1996, a Barcelona el 2000, a Estocolm el 2004, i en aquest últim d'Amsterdam el 2008. En aquesta última edició, es varen atorgar concretament el dia 14 de juliol de 2008 i estaven dotats amb 5.000 euros cadascun.

Premis per a joves investigadors

Els premis per a joves són en reconeixement de les contribucions matemàtiques més rellevants dels últims quatre anys per part d'investigadors joves, de no més de 35 anys. La feina d'escollir els guardonats correspon a l'EMS Prize Committee, que és nomenat per l'EMS i que, a Amsterdam, va estar format pels quinze membres següents, tots ells matemàtics de reconegut prestigi i representants d'una àmplia varietat de camps dins les matemàtiques: Robert Tijdeman (Leiden) en qualitat de president, Antonio Ambrosetti (Trieste), Andrei Aleksandrovich Gonchar (Moscou), Erwin Bolthausen (Zuric), Simon Kirwan Donaldson (Londres), Igor Krichever, (Nova York), Anders Lindquist (Estocolm), Volker Mehrmann (Berlín), Jaroslav Nešetřil (Praga), Aleksander Pelczynski (Varsòvia), Marie-Françoise Roy (Rennes), Bernard Silverman (Oxford), Jan Philip Solovej (Copenhagen), Juan Luis Vázquez (Madrid) i Benjamin Weiss (Jerusalem).

Els guardonats han estat els següents:

- **Artur Ávila Cordeiro de Melo**, nascut el 29 de juny de 1979, brasiler, doctorat a l'IMPA de Rio de Janeiro (Brasil), i actualment al Clay Mathematics Institute, París 6 (França) i a l'IMPA, Rio de Janeiro (Brasil).



Artur Avila ha obtingut molts i importants resultats en sistemes dinàmics, especialment en la teoria d'iteració de funcions racionals, i en el flux geodèsic de Teichmüller. Uns quants d'aquests resultats condueixen a la solució final de grans i profunds problemes. Per exemple, la seva prova amb Lyubich que, a la família quadràtica $f(z) = z^2 + c$, hi ha infinits conjunts de Julia renormalitzables amb dimensió de Hausdorff estrictament menor que 2; o la seva prova amb Jitomirskaya de la conjectura dels deu martinis de B. Simon; o la seva prova amb Viana de la conjectura de Kontsevich-Zorich sobre la simplicitat de l'espectre de Lyapunov per al flux

de Teichmüller geodèsic; o la seva prova amb Forni que quasi tot intercanvi d'interval que no tingui la combinatòria d'una rotació és *weakly mixing*; o la seva prova amb Gouëzel i Yoccoz de mescla exponencial per al flux de Teichmüller. Se'l reconeix internacionalment com a líder en investigació en aquestes àrees.

- **Alexei Borodin**, nascut el 25 de juny de 1975, rus, doctorat a la Universitat de Pennsilvània (EUA) el 2001, i actualment a Cal-Tech, Pasadena (EUA).



Alexei Borodin ha fet contribucions substancials a la teoria de representació de grups *grans*, a la combinatòria, als sistemes de partícules interactives i a la teoria de matrius aleatòries. Una observació clau de Borodin i Olshanski en la teoria de representació de grups grans és el fet que els caràcters irreductibles del grup estan associats amb certs processos estocàstics. Borodin trobà una fórmula determinantal per a les funcions de correlació de la representació regular generalitzada del grup simètric infinit i, amb Olshanski, també del grup unitari. Una conseqüència sorprenent del seu treball és una de les primeres demostracions d'una conjectura de Baik, Deift i Johansson sobre combinatòria. En treballs posteriors, Borodin analitza el caràcter irreductible associat a la representació regular generalitzada. Borodin i els seus col·laboradors també desenvoluparen una aproximació totalment nova per a analitzar processos d'exclusió simples i totalment asimètrics. Igualment remarcable és el seu treball sobre transformacions isomonodròmiques de sistemes lineals d'equacions en diferències, i la seva solució d'un problema de Widom sobre l'espectre d'una certa matriu. Borodin és un matemàtic brillant.

- **Ben Joseph Green**, nascut el 27 de febrer de 1977, anglès, doctorat a la Universitat de Cambridge el 2002, i actualment a la mateixa Universitat de Cambridge (Anglaterra).



Ben Green és conegut principalment pel seu cèlebre resultat amb Terence Tao (medalla Fields l'any 2006) sobre l'existència de progressions aritmètiques de nombres primers arbitràriament llargues. Algunes idees bàsiques per a la demostració ja es poden trobar en treballs anteriors de Green. Per exemple, ja demostrava que cada subconjunt dens relatiu del conjunt de nombres primers conté una progressió aritmètica de llargada 3. En un altre article millorava un resultat de Bourgain sobre la suma de dos subconjunts densos d'un interval. Allà on Bourgain obtenia una fita inferior de $\frac{1}{3}$ per a l'exponent, i Ruzsa una fita superior de $\frac{2}{5}$, Green aconseguí una fita inferior de $\frac{1}{2}$. Un dels passos essencials en la prova del seu famós resultat amb Tao és la descoberta, per part de Green, que el treball de Goldston i Yıldırım sobre intervals petits entre primers proporciona, precisament, el superconjunt semialeatori de primers que necessitaven. Després de la seva prova, Green i Tao continuaren les seves investigacions. Això els ha permès d'obtenir el comportament asimptòtic del nombre de progressions de llargada 4 en el conjunt de nombres primers fins a N . A hores d'ara, Green té una sèrie de resultats altament impressionants.

- **Olga V. Holtz**, nascuda el 19 d'agost de 1973, russa, doctorada a la Universitat de Wisconsin-Madison (EUA) el 2000, i actualment a la Universitat Tècnica de Berlín, (Alemanya) i a la Universitat de Califòrnia a Berkeley (EUA).



Olga Holtz ha fet contribucions substancials a diverses àrees de les matemàtiques, incloent

àlgebra, àlgebra lineal numèrica, teoria de l'aproximació, informàtica teòrica i anàlisi numèrica. Alguns són resultats espectaculars, com la prova de les desigualtats de Newton per a M -matrius, el seu treball fonamental sobre avaluació acurada de polinomis en aritmètica finita, o la seva prova que tota la teoria de grups basada en mètodes ràpids de multiplicació de matrius és numèricament estable. Tots aquests resultats en informàtica teòrica han estat prou profunds com per pensar que tindran amb tota seguretat un impacte fonamental en els mètodes computacionals del futur. A més, també han requerit de matemàtiques molt sofisticades en el context de teoria de grups finits. El seus nous treballs sobre àlgebra zonotòpica són una contribució substancial a l'àlgebra commutativa combinatòrica. Olga Holtz és una matemàtica que supera amb escreix els límits tradicionals entre la matemàtica pura i l'aplicada.

- **Bo'az Klartag**, nascut el 25 d'abril de 1978, israelià, doctorat a Tel-Aviv University (Israel) el 2004, i actualment al Clay Mathematics Institute, Princeton University (EUA).



Les consecucions principals de Bo'az Klartag són en el camp de l'anàlisi geomètrica asimptòtica. Ha resolt una sèrie de problemes de gran transcendència en aquest camp. Va batre el rècord sobre el nombre mínim de simetries de cossos convexos necessàries per a transformar-los en quasi-boles, resolent així problemes plantejats per Hadwiger i Bourgain-Lindenstrauss-Milman. Ha resolt, també, un problema de talls proposat per Bourgain fa vint anys, desenvolupant idees i tècniques totalment noves. Aquest treball té un fort impacte en anàlisi funcional. Ha demostrat també un teorema de límit central per a cossos convexos, un resultat ben bonic, que porta, d'una manera novedosa, idees de geometria convexa cap a teoria de probabilitat. Amb Feffermann va resoldre un problema fonamental sobre extrapolació òptima de funcions llises. Bo'az Klartag

és un matemàtic jove sorprenentment productiu, que ha fet, en poc temps, avenços molt significatius en diverses direccions de l'anàlisi matemàtica moderna.

- **Alexander Kuznetsov**, nascut l'1 de novembre de 1973, rus, doctorat a la Universitat de l'Estat de Moscou l'any 1998, i actualment al Steklov Mathematical Institute, Moscou (Rússia).



Kuznetsov ha fet contribucions fonamentals a la geometria projectiva biracional, a la teoria de representacions, a la física matemàtica, a l'àlgebra homològica i a la geometria no commutativa. Una constant del seu treball és el combinar les noves idees amb la sofisticació tècnica. El seu treball sobre geometria projectiva biracional inclou teories de descomposició homològica de Lefschetz, dualitat projectiva homològica i resolucions categòriques de singularitats. Kuznetsov combina diverses idees de manera molt atrevida i innovadora, des d'idees de la geometria algebraica clàssica com el programa de model mínim de Mori, fins a idees molt modernes com poden ser les tècniques de Kontsevich sobre Homological Mirror Symmetry Program. Les seves tècniques es poden utilitzar en situacions en les quals les construccions convencionals no funcionen i, per tant, estenen considerablement el rang de la geometria projectiva biracional. L'obra de Kuznetsov és una gran font d'inspiració.

- **Assaf Naor**, nascut el 7 de maig de 1975, txec i israelià, doctorat a la Universitat Hebrew (Israel), i actualment al Courant Institute, Nova York (EUA).



Assaf Naor ha fet contribucions profundes en tres camps de la matemàtica: anàlisi funcional, teoria d'algorismes i combinatòria. Naor és l'arquitecte principal de la teoria moderna d'anàlisi funcional no lineal, una teoria que ha crescut molt en aquests darrers anys i que s'ha convertit en una eina essencial en la informàtica matemàtica. Entre d'altres coses, Naor i els seus col·laboradors varen descobrir un inesperat fenomen de llinar en el teorema de Dvoretzky no lineal, varen trobar un anàleg no lineal del cotípus invariant i varen demostrar un sofisticat anàleg no lineal del teorema de Maurey-Pisier. El treball de Naor ha conduït a inclusions essencialment òptimes de subconjunts finits de L_1 a l'espai de Hilbert; d'aquí es deriva el millor algorisme d'aproximació polinòmica conegut per calcular el tall més dispers en una xarxa. La versatilitat, originalitat i potència tècnica d'Assaf Naor són aclaparadores, i la seva obra està tenint una profunda influència en l'anàlisi funcional i en la informàtica matemàtica.

- **Laure Saint-Raymond**, nascuda el 4 d'agost de 1975, francesa, doctorada a la Universitat de París VII (França) el 2000, i actualment a l'École Normale Supérieure de París (França).



Laure Saint-Raymond és ben coneguda pels seus resultats excepcionals sobre equacions en deri-

vades parcials no lineals, en dinàmica de gasos i plasmes, i també en dinàmica de fluids. El seu treball més sorprenent és un estudi sobre els límits hidrodinàmics de l'equació de Boltzmann en la teoria cinètica de gasos, en el qual contesta una pregunta proposada per Riemann dins el marc del seu 6è problema. Últimament, en col·laboració amb I. Gallagher, està investigant les equacions de fluids en rotació, en el límit quan el nombre de Rossby tendeix a zero. Ja han obtingut resultats sorprenents en aquesta direcció. Als trenta-dos anys, Laure Saint-Raymond és a l'origen d'uns quants resultats excepcionalment difícils en el camp de les equacions en derivades parcials no lineals de la física matemàtica. És una de les matemàtiques joves més brillants de la seva generació.

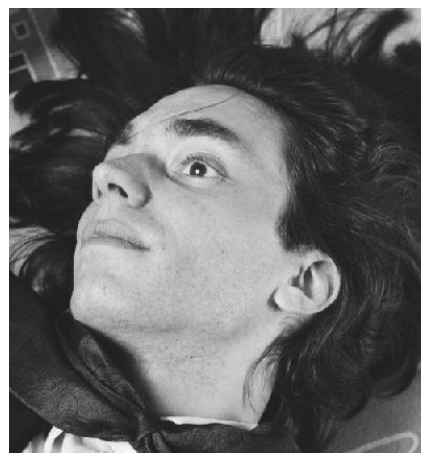
- **Agata Smoktunowicz**, nascuda el 12 d'octubre de 1973, polaca, doctorada a PAN Varsòvia (Polònia), i actualment a la Universitat d'Edimburg (Escòcia) i a l'Institute of Mathematics de la Polish Academy of Sciences (Polònia).



Agata Smoktunowicz ha resolt un cert nombre de problemes excepcionals en l'àlgebra no commutativa. Ha fet el primer progrés significatiu des de fa dècades sobre alguns problemes fonamentals pel que fa a nilanells. El més espectacular d'aquests resultats és la construcció, sobre qualsevol cos numerable, d'una nilàlgebra simple. Això resol un problema famós de Levitsky, Jacobson i Kaplansky dels anys 1970. Aquest treball és un autèntic *tour-de-force* tècnic. Altres problemes excepcionals que ha resolt inclouen una resposta a un problema, proposat per Amitsur el 1971, sobre anells de polinomis sobre nilanells, o la prova del *Gap Theorem*

d'Artin-Stafford per a dominis graduats, o els primers exemples de nilàlgebres finitament generades que no són nilpotents i amb creixement polinomial. Al llarg de tota la seva obra, Smoktunowicz ha introduït tècniques i construccions noves, amb les quals mostra una gran habilitat per atacar amb èxit càlculs llargs, difícils i tècnicament complicats.

- **Cédric Villani**, nascut el 5 d'octubre de 1973, francès, doctorat a l'École Normale Supérieure de París (França) el 1998, i actualment a l'École Normale Supérieure de Lyon (França).



Cédric Villani ha fet contribucions a la mecànica estadística, en particular en temes sobre la connexió entre l'equació de Boltzmann i l'equació de Landau en física del plasma. Ha demostrat la conjectura de Cercignani i, juntament amb Desvillettes, ha obtingut el primer resultat de convergència a un equilibri gaussià global per a l'equació de Boltzmann sense cap hipòtesi addicional. Un segon component del treball de Villani és a mig camí entre la probabilitat, l'anàlisi funcional, les equacions en derivades parcials i les geometries Riemannianes. Amb Otto va estudiar la relació entre les equacions de difusió, les desigualtats de Talagrand i les desigualtats logarítmiques de Sobolev. Més recentment, Lott i Villani obtingueren una caracterització nova de les varietats Riemannianes amb curvatura de Ricci afutada inferiorment, en termes de la convexitat de l'entropia de Boltzmann respecte a mètriques del transport òptimes (Monge-Kantorovich-Wasserstein). Per la seva manera de mirar els problemes, Villani n'ha inspirat molts.

Premi Felix Klein, per a matemàtiques a la indústria

El 14 de juliol, durant el 5ECM, també s'atorgà el premi Felix Klein. Aquest premi el concedeix l'European Mathematical Society juntament amb l'Institut per a Matemàtiques Industrials de Kaiserslautern. S'atorga a un científic jove o a un grup petit de científics joves (normalment de menys de trenta-vuit anys d'edat) per utilitzar mètodes sofisticats per donar una solució excepcional a un problema industrial concret i difícil que, a més, compti amb la satisfacció de l'entorn industrial.

Al 3ECM de Barcelona de l'any 2000, es va atorgar el primer premi Klein a David C. Dobson (vegeu l'article «Tercer Congrés Europeu de Matemàtiques» a la *SCM/Notícies* número 14), mentre que al 4ECM a Estocolm va quedar desert. Així, el segon premi Felix Klein ha estat atorgat durant el 5ECM a Amsterdam. El comitè que ha atorgat aquest premi (el Felix Klein Prize Committee) ha estat format, de comú acord entre l'EMS i l'Institut per a Matemàtiques Industrials a Kaiserslautern, pels sis membres següents: Yvon Maday (París) en qualitat de president, Luis Bonilla (Madrid), Willi Jäger (Heidelberg), Axel Klar (Kaiserslautern), Arjen Lenstra (Lausana) i Helmut Neunzert (Kaiserslautern).

Enguany, el guardó ha estat per a **Josselin Garnier**, nascut el 18 de juny de 1971, francès, doctorat a l'École Polytechnique el 1996, i actualment a la Universitat de París 7.



Josselin Garnier va entrar com a professor adjunt de matemàtiques a Toulouse de Llenguadoc a la remarcable edat de trenta anys (excepcionalment jove), i es traslladava a l'Universitat

París Diderot (París 7) el 2005, on es convertiria en catedràtic l'any 2007. És membre del Laboratoire de Probabilités et Modeles Aléatoires i del Laboratoire Jacques Louis Lions. És també assessor científic a l'Agència de l'Energia Nuclear (CEA), té contractes d'investigació amb molts grups del CEA, amb la companyia elèctrica francesa (EDF) i amb la companyia European Aeronautic Defence and Space (EADS). El 2006, va ser un dels organitzadors (juntament amb Guillaume Bal i Didier Lucor) de CERMIRACS, l'activitat d'estiu del SMAI, que pretén promoure la col·laboració entre matemàtics acadèmics i industrials sobre problemes concrets.

La seva recerca es troba a mig camí entre l'anàlisi estocàstica i l'anàlisi aplicada, i els camps d'aplicació són principalment en òptica, propagació d'ones i física del plasma. És un científic de primera línia que tracta els aspectes probabilístics dins el marc de les equacions en derivades parcials i que ha mostrat la seva gran habilitat per aplicar eines teòriques fortes a l'hora de tractar problemes genuïnament industrials.

Josselin Garnier té a les espatlles un currículum acadèmic impressionant, i també una implicació profunda en aplicacions reals a la indústria. El primer aspecte inclou estudis sobre propagació d'ones en medis aleatoris (destaquen especialment el seu estudi recent sobre la inversió temporal d'ones en medis aleatòriament parcel·lats, o la primera demostració de l'existència de solitons en medis aleatoris amb informació tant qualitativa com quantitativa, o l'anàlisi de condensats de Bose-Einstein, etc.), camp en el qual té nombroses publicacions en revistes científiques internacionals d'alt nivell, tant en l'àrea de matemàtiques com en la de física aplicada. El segon aspecte remarcable de Josselin Garnier és el fet d'estar profundament implicat en aplicacions genuïnes a la indústria, desenvolupant noves tècniques en processament d'imatges per a la descoberta d'objectes amagats; en telecomunicació per a la comparació de senyal/soroll, o de senyal/interferència per a diversos protocols *wireless*; en disseny d'objectius sobre el mecanisme experimental Làser Mega Joule en el context del confinament inercial de la fusió; en problemes d'aeronàutica en els quals per problemes acústics, anàlisi de compatibilitat electromagnètica o disseny d'antenes entre altres causes, la concepció industrial necessita incorpo-

rar un cert modelatge aleatori, i un tractament adequat de la incertesa. Finalment, està molt al dia dels últims avenços en mètodes numèrics per

a la dinàmica de fluids computacional, i pot proporcionar orientacions molt valuoses per a fer simulacions robustes de tots aquests problemes.

Premi Ferran Sunyer i Balaguer 2008

El premi Ferran Sunyer i Balaguer 2008 ha estat atorgat a Luis Barreira, de l'Institut Superior Técnico de Lisboa, per la monografia titulada *Dimension and recurrence in hyperbolic dynamics*. A continuació oferim un extracte i traducció al català del prefaci i la introducció de l'obra, escrits pel mateix autor, en els quals es pot copsar l'abast i la importància del contingut de l'obra guardonada.

L'objectiu principal d'aquesta monografia és donar una àmplia introducció unificada de l'estudi de la dimensió i recurrència en el camp de la dinàmica hiperbòlica. Inclou una discussió dels fonaments, resultats més importants i tècniques principals usades en la interacció de les quatre àrees de recerca següents: dinàmica hiperbòlica, teoria de la dimensió, anàlisi multifractal i recurrència quantitativa. També es dona una visió general d'alguns temes concrets d'interès actual en la recerca en aquestes àrees.

Aquest llibre està dirigit tant a investigadors com a llicenciats que estiguin interessats a tenir una visió global de la teoria, així com a saber com s'apliquen les seves tècniques principals.

Tots els resultats que apareixen, llevat d'aquells que són bàsics i ben coneguts, estan demostrats amb tots els detalls; algunes demostracions han estat simplificades o reescrites especialment per a aquest llibre. El text és autocontingut; en particular, totes les nocions i resultats de dinàmica hiperbòlica o simbòlica, teoria ergòdica o de la dimensió i formalisme termodinàmic necessaris són recordats al llarg del treball, majoritàriament sense demostracions però amb les referències apropiades.

La monografia comença amb un capítol de naturalesa introductòria, en el qual es recorden totes les nocions i els resultats bàsics de la teoria de la dimensió, de la teoria ergòdica i del formalisme termodinàmic que es necessitaran durant el desenvolupament del llibre. A continuació, el treball es divideix en quatre parts: 1) teoria de la dimensió; 2) anàlisi multifractal: teoria central; 3) anàlisi multifractal: altres desenvolupaments,

i 4) hiperbolicitat i recurrència. Essencialment, cada part es pot llegir de manera independent.

La primera part està dedicada a l'estudi de la dimensió dels conjunts en els sistemes dinàmics, posant especial èmfasi en l'estudi de les construccions geomètriques que apareixen com a models de conjunts invariants en els sistemes dinàmics, així com també a l'estudi de la dimensió dels conjunts invariants, tant els invertibles com els no invertibles, en el camp de la dinàmica hiperbòlica. Aquesta part acaba amb la demostració de l'existència de mesures ergòdiques de dimensió màxima per a conjunts hiperbòlics de difeomorfismes conformes.

El tema central de la segona part es dedica al nucli de la teoria de l'anàlisi multifractal. Es descriu l'anàlisi multifractal de repulsors i conjunts hiperbòlics d'aplicacions conformes; també s'introdueix el concepte general d'anàlisi multifractal, considerant, en particular, altres quantitats invariants locals. Es discuteixen les propietats del conjunt de punts per als quals les mitjanes de Birkhoff no convergeixen i s'estableix un principi variacional condicional. Això permet mostrar que molts espectres, entre altres l'anomenat espectre mixt, són analítics en diversos contextos.

La tercera part està dedicada a diversos temes de l'anàlisi multifractal, es mostren versions multidimensionals del principi variacional condicional i es proporcionen aplicacions a certs problemes de la teoria de nombres. En els dos últims capítols es discuteix com es pot rigoritzar una classificació multifractal particular dels sistemes dinàmics, considerant el fenomen de multifractalitat rígida, i s'estudia l'espectre multifractal obtingut a partir de la consideració simultània de les mitjanes de Birkhoff cap al passat i cap al futur en conjunts hiperbòlics.

Finalment, a la quarta i última part, dedicada a la interacció de la hiperbolicitat i la recurrència, es donen fórmules explícites de la dimensió puntual de mesures invariants arbitràries per a repulsors i conjunts hiperbòlics. Aques-

tes fórmules s'expressen en termes de l'entropia local i dels exponents de Lyapunov. Permeten establir que la dimensió de Hausdorff d'una mesura invariant no ergòdica coincideix amb el suprem essencial de la dimensió de Hausdorff de les mesures de la descomposició ergòdica de les anteriors. Finalment, els dos darrers capítols

estan dedicats a les mesures hiperbòliques, és a dir, mesures per a les quals els exponents de Lyapunov no s'anul·len, i a l'estudi del problema de la recurrència quantitativa en un conjunt hiperbòlic, establint una relació entre el radi de recurrència i la dimensió puntual.

Extret del prefaci i la introducció de l'obra.

Premi Évariste Galois 2008

El premi Évariste Galois 2008 de la Societat Catalana de Matemàtiques ha estat concedit a Francesc Castellà Cabello pel seu treball titulat *Definicions equivalents de dominis de Dedekind*. A continuació fem una mica de repàs històric d'aquest important tema d'àlgebra commutativa, i destaquem les aportacions del treball premiat.

És ben coneguda la història de com Ernst Kummer va estudiar la factorització de nombres algebraics per a atacar l'equació de Fermat, encara que sembla que ell mateix estava molt més interessat en les lleis de reciprocitat. L'any 1844, Kummer va publicar un treball en el qual demostrava que, si bé no hi ha factorització única dins d'un domini de nombres (concretament ell treballava amb els nombres que són combinacions enteres d'arrels n -èsimes de la unitat per un n fix), sí que n'hi ha si un introdueix nombres ideals que *viuen* en un domini més gran (el que actualment anomenen cos de classe). Sembla que Kummer considerava la introducció d'aquests nombres ideals anàloga a la introducció dels nombres complexos per a resoldre equacions algebraiques, que permeten, per exemple per a les equacions de grau 3, obtenir arrels reals passant per càlculs en els complexos.

Després del treball de Kummer, Leopold Kronecker per una banda, però sobretot Richard Dedekind, varen clarificar i generalitzar els seus mètodes. A efectes de generalitzar els resultats a tot domini numèric (o cos de nombres), Dedekind va introduir l'any 1876 els conceptes de mòdul i d'ideal, ara no ja com a nombres sinó com a certs subconjunts del domini (o anell) en qüestió. Després va aconseguir provar que en l'a-

nell d'enters d'un cos de nombres qualsevol sempre es té factorització única d'ideals.

Quedava determinar, ara ja amb la teoria d'anells (commutatius) ben establerta, per a quins anells es té aquesta descomposició. I va ser Emmy Noether el 1921 qui va classificar els anells amb aquesta propietat, anomenant-los dominis de Dedekind. Més endavant es varen trobar d'altres caracteritzacions.

En aquest treball es fa un repàs a alguns dels conceptes necessaris per entendre aquesta classificació, recopilant fins a deu condicions (o definicions) equivalents, també en llenguatges diferents. Per donar algun exemple, es pot veure que un domini R és de Dedekind si tot ideal és invertible, o si és noetherià (un concepte introduït per Noether que denota que tot ideal és finitament generat), íntegrament tancat i de dimensió menor o igual a 1 (o sigui que tot ideal primer no nul és maximal). També es veu que per un domini noetherià, ser de Dedekind és una propietat local, sent els dominis locals de Dedekind iguals als anells de valoració discreta (estudiats extensament per Kurt Hensel i Wolfgang Krull, entre molts d'altres). Altres condicions no tan clàssiques s'obtenen a partir de mètodes homològics: per exemple, els dominis de Dedekind són els dominis en els quals tot ideal és projectiu.

El treball està molt ben presentat i és força autocontingut, introduint tècniques d'àmbits diferents per tal de donar les diverses caracteritzacions, i pot ser usat com a una introducció amena a resultats de la teoria d'anells (commutatius o no).

Xavier Xarles
UAB

Premi Matemàtiques i Societat

La Fundació Ferran Sunyer i Balaguer convoca, per primera vegada, el premi *Matemàtiques i Societat* per a reportatges sobre qualsevol aspecte de les matemàtiques produïts per un mitjà de comunicació dels Països Catalans.

Poden presentar-s'hi tots els autors de reportatges de qualitat sobre qualsevol aspecte de les matemàtiques (ensenyament, recerca, divulgació, presència en la societat...), publicats o emesos en qualsevol mitjà de comunicació dels Països Catalans de caràcter generalista (premsa diària, publicacions periòdiques, ràdio, televisió, mitjans digitals, etc.) en el dotze mesos anteriors a la data de resolució.

El premi està dotat amb 3.000 € i s'atorgarà en l'acte de lliurament de Premis de l'Institut d'Estudis Catalans al voltant del dia de Sant Jordi de 2009.

Més informació: <http://ffsb.iec.cat>

Parlem de llibres

Reflexions sobre el llibre en format electrònic «Estudis i activitats sobre problemes clau de la Història de la Matemàtica»

Autor: RAMON NOLLA

Editorial: IEC, Publicacions de la SCM, núm. 2. Barcelona, 2006

Un tema recurrent —molt discutit— en relació amb l'ensenyament de la matemàtica és fins a quin punt la Història de la Matemàtica —en majúscules— pot ajudar-nos a acompanyar l'alumne —l'estudiant estudiós— cap als conceptes i competències matemàtics. Sempre com una qüestió metodològica i mai —en aquest context— com un objectiu en ella mateixa.¹

Ara bé, sense entrar a fer una anàlisi detallada de tots els camins que la Història de la Matemàtica proporciona des del vessant metodològic en la docència de la matemàtica —aproximació als conceptes i a la seva consolidació en una teoria, camins per a la resolució de problemes d'acord amb l'evolució dels coneixements, etc., que han permès als estudiosos dels

IREM francesos d'«Épistémologie et Histoire des Mathématiques» recollectar tants i tants fruits—,² sí que vull fer èmfasi en el mètode d'*anàlisi-síntesi* de la metodologia grega.

Com ja van observar els matemàtics grecs, la matemàtica consta de dues menes d'entitats ben diferenciades: els *problemes* —que cal *resoldre*— i els *teoremes* —que cal *demostrar*. Aquest fet l'exposa amb tota claredat Pappos d'Alexandria [~290~350], al capítol III de la *Sintaxi Matemàtica*.³ Cal indicar, però, que, per als matemàtics grecs, resoldre un problema era equivalent a fer una construcció geomètrica. En canvi, establir un teorema era sinònim de donar-ne una demostració rigorosa basada en uns postulats ben establerts —els postulats dels *Elements*

¹Considero que, malgrat el que hom pugui pensar i/o creure, per entendre la Història de la Matemàtica d'una manera cabal, cal una formació molt sòlida, perquè, en el fet històric, a vegades, les idees es presenten encara en forma incipient, balbucejant, poc clara i inacabada que en dificulta enormement la comprensió.

²Vegeu, per exemple, *Histoire de Problèmes. Histoire des Mathématiques*. París. Ellipses, 1993.

³Pappos d'Alexandria [~IV]. Vegeu FRANCISCO VERA, *Los científicos griegos*, vol. II, pàgina 925, Madrid, Aguilar, 1970.

d'Euclides— i en l'ús d'unes lleis de deducció precises i acceptades per endavant pel collectiu dels geomètres.

Més endavant, amb l'àlgebra dels matemàtics àrabs dels segles VIII al XIV, l'anàlisi-síntesi grega passaria per uns altres viaranys que caldria repensar i aprendre a manejar. En aquesta tasca, hi intervingueren els matemàtics italians del Renaixement que hi van ajudar moltíssim, però foren finalment els matemàtics francesos François Viète (1540–1603), René Descartes (1591–1650) i Pierre de Fermat (1601–1665) els qui en consolidaren el mètode i n'establiren la coherència i la necessitat.

Després, amb l'anomenada *arimetització* de la matemàtica del segle XIX, la matemàtica, a poc a poc, s'aniria decantant cap a una formalització que amagaria més i més els problemes inicials i, molt més greu encara, el mètodes inicials de resolució.

I, amb l'aparició de la *teoria axiomàtica de conjunts* —i, de retruc, de les estructures—, el problema quedaria, a voltes, reduït al teorema general.

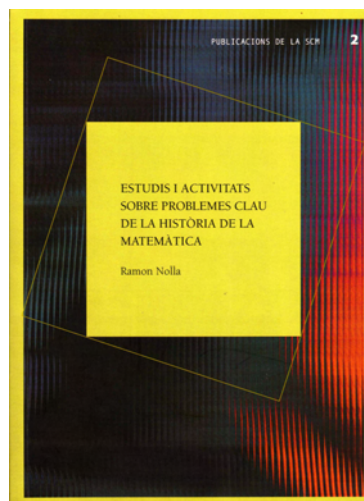
Fet aquest recorregut breu i sintètic de l'evolució del pensament matemàtic, voldria dir, sense cap mena d'embuts, que difícilment podem arribar a la síntesi —la part teòrica i demostrativa—, si abans no hem entès l'anàlisi —la part problemàtica i lúdica del problema.⁴

És precisament en aquest context metodològic de retorn a l'anàlisi —per poder comprendre el procés de síntesi— on hem de situar el llibre, excel·lent, de l'amic i col·lega Ramon Nolla.

Com li he sentit dir en més d'una ocasió:

Quan vaig pensar el treball vaig partir de la hipòtesi que, per fer i ensenyar matemàtiques, calia esbrinar i entendre quines eren les preguntes que s'havien plantejat i submergir-se després en l'evolució d'aquestes i les seves respostes. Tot això implicava endinsar-se en la gènesi de les idees matemàtiques durant el seu recorregut històric. D'aquesta immersió en alguns dels ítems —majoritàriament de geometria— que es treballen a secundària, van resultar els estudis i les activitats del

text que en alguns casos podien ser útils per a la formació dels professors, en d'altres per implementar en les classes de secundària, amb o sense adaptació, i finalment per generar nous materials i recursos.



Aquestes paraules constitueixen una síntesi del «Prefaci» de l'obra que estic comentant, que és d'una riquesa notable, perquè obre portes a la reflexió, a la discrepància, al contrast, fets tots ells enormement enriquidors.

Del contingut intrínsec només en diré una cosa: l'enorme esforç i treball de l'amic Ramon per portar els plantejaments i problemes geomètrics cap a situacions d'anàlisi realitzables amb les eines d'avui. En concret, amb el programari CABRI que, els qui el coneixeu, sabeu que permet d'aprendre amb una facilitat que s'apropa a aquesta idea errònia «cal aprendre jugant». Sembla que juguem a la geometria, però és fals. Fem geometria! Entenem alguns dels problemes de la geometria!

La seva gran capacitat d'entusiasmar-se i d'entusiasmar és quelcom que va amb la pròpia manera de ser d'en Ramon. Per això, la seva tasca perdura en la recerca de camins nous per poder fer anàlisi —una anàlisi que, de ben segur, després porta a la síntesi, perquè sense síntesi realment no hi ha matemàtica. Això ho podem veure en un petit opuscle, molt bonic i amb un gran nombre de possibilitats, que ha elaborat amb Ramon Masip.⁵

⁴Recordem que l'anàlisi suposa el problema que volem resoldre ja resolt i mira d'extreure'n tantes conseqüències com sigui possible per tal de poder invertir —d'alguna manera— el procés i poder pujar de les conseqüències més elementals i òbvies a la resolució del problema. Aquest recorregut és la *síntesi*. Vegeu Pappos, *op. cit.*, pàgina 991.

⁵Vegeu Ramon NOLLA i Ramon MASIP, *Mosaics periòdics a la Casa Castellarnau*. Tarragona, IES Pons d'Icart, 2007.

Ara —ho sé de fa poc— està recurrent als *Sangakus* japonesos per tal de trobar la manera de «fer geometria» amb unes eines que, a primer cop d'ull, podrien semblar lúdiques o mancades d'interès formal. Pensar-s'ho seria un error enorme. Espero amb delit que en Ramon i els qui treballen amb ell en aquesta tasca ens ofereixin ben aviat un text —que serà ric, formatiu i instructiu— sobre les seves reflexions i conclusions amb els *Sangakus* japonesos.

Vull acabar agraint al Ramon la seva generositat en fer-nos partícips de la seva tasca

—sempre seriosa, profunda, elaborada, eficient— per mitjà dels textos electrònics de la Societat Catalana de Matemàtiques. Aquest fet permet, atesa la complexitat de l'obra,⁶ treballar-hi de manera interactiva, quelcom que avui ha esdevingut una manera d'apropar-se a la informació.

Per tot això, em plau de recomanar molt efusivament el text electrònic de Ramon i aconsellar-vos que en demaneu un exemplar en paper perquè jo —ja tinc una edat— encara mantinc el romanticisme dels llibres en paper.⁷

Treballeu-lo i disfruteu!

Josep Pla i Carrera
UB

Introduction to group theory

Autor: OLEG BOGOPOLSKI

Editorial: EMS Publishing House, 2008.

La relació entre l'àlgebra i la geometria s'ha desenvolupat tradicionalment (des dels temps de Klein i Poincaré) de manera que l'àlgebra, amb la seva formalitat i mecànica, ha sortit en ajut de la geometria, permetent deduir propietats dels espais fent servir els mètodes algebraics. La importància del grup de transformacions d'un espai ja va ser copsada per en Klein al *Programa d'Erlangen* l'any 1872, on descrivia les geometries en base als objectes invariants per l'acció del grup. Posteriorment, conceptes com el grup fonamental i les teories d'homotopia, homologia i cohomologia, i en general l'àlgebra homològica, han contribuït en gran mesura a l'avenç de la topologia i la geometria. I què n'hem de dir de la geometria algebraica, camp en constant desenvolupament des de la dècada dels anys 1950 i que ha gaudit, i al mateix temps ha proveït, de grans desenvolupaments algebraics.

En el camp de la teoria de grups, llevat del parèntesi proporcionat per Max Dehn a primers del segle XX, el punt de vista preponderant va ser el purament algebraic i combinatorial fins ben entrat el segle, en particular fins a la dècada del 1970 amb els treballs d'Stallings, el qual va revolucionar la teoria dels grups lliures i llurs automorfismes amb l'aprofitament dels grafes i

els seus espais recobridors per donar una nova interpretació als grans teoremes sobre el grup lliure: tot subgrup d'un grup lliure és lliure, un grup lliure finitament generat té un nombre finit de subgrups d'un índex donat, etc.

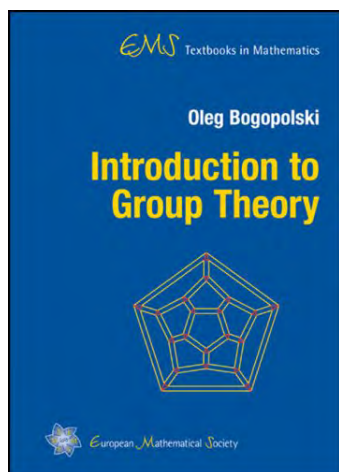
El llibre del professor Bogopolski, investigador reconegut mundialment en l'estudi dels grups d'automorfismes del grup lliure, ve a donar-nos una primera aproximació a l'enfoc modern que es fa de la teoria de grups, en la qual es barreja el punt de vista algebraic amb els avantatges que proporciona l'estudi dels grups des del punt de vista geomètric. El primer capítol del llibre es dedica a la teoria dels grups finits, els teoremes ben coneguts sobre la seva estructura, els estudis dels descobriments de Sylow, els seus teoremes i els subgrups que han rebut el seu nom, i una petita introducció a alguns dels grups finits simples.

Però, en la meua opinió, és a la part posterior en la qual aquest llibre destaca amb llum pròpia. Fins ara, aquell estudiant que intentava endinsar-se en el món dels grups infinits (finitament generats o finitament presentats) estava obligat a buscar textos antics (els llibres clàssics de Lyndon-Schupp i de Magnus-Karrass-Solitar vénen al cap, en els quals manca el punt de vista

⁶Consta de vuit capítols realment densos i curulls de problemes i de solucions; d'anàlisi i de síntesi. Però, tant o més important encara, el llibre conté més d'un centenar de pàgines —«Indicacions i resolucions de les cativitats» que ens ajuden a endinsar-nos amb el seu guiatge expert, de mestre, per les qüestions que s'han anat plantejant al llarg de tota l'obra.

⁷Podeu anar a l'adreça electrònica <http://publicacions.iec.cat>. Preu mòdic de 9,80 €.

geomètric modern), o capbussar-se en múltiples articles de recerca dirigits sobretot a l'investigador i amb poca virtut divulgativa. En canvi, aquest llibre dóna una introducció a la matèria molt agradable de llegir, i al mateix temps força completa i amb una bona quantitat de resultats.



En aquest llibre tenen cabuda, per exemple, la teoria de Bass-Serre de grups actuant en arbres i els resultats que l'acompanyen sobre amalgames i extensions Higman-Neumann-Neumann; la teoria dels grups lliures des del punt de vista modern mitjançant grafs, amb els plecs de Stallings (*foldings*) com a eina bàsica per entendre els subgrups del grup lliure, o l'estudi del grup $SL(n, \mathbf{Z})$ des del punt de vista hiperbòlic. Tot això sense deixar de banda els conceptes clàssics centrals de la teoria, com són les presentacions d'un grup (finit o infinit), les transformacions de Tietze, o els productes lliures, estudiats sota la nova llum geomètrica. Igualment hi tenen

cabuda resultats clàssics que el lector recordarà d'altres contextos, com per exemple, l'estudi dels complexos, les superfícies topològiques o el teorema de Seifert-van Kampen.

Per finalitzar, l'autor fa una concessió al seu tema favorit de recerca i dedica el tercer capítol al grup d'automorfismes del grup lliure i els *train-tracks*. L'any 1992, la publicació de l'article de M. Bestvina i M. Handel *Train-tracks and automorphisms of free groups* a l'*Annals of Mathematics* va revolucionar l'estudi dels automorfismes dels grups lliures. Amb l'objectiu de demostrar la conjectura d'Scott (el subgrup dels punts fixos per un automorfisme d'un grup lliure de rang n té rang, com a màxim n), els autors introdueixen els *train-tracks* com a representants privilegiats dels automorfismes exteriors del grup lliure. Aquell article és considerablement llarg, tècnic i difícil de llegir. En canvi, el professor Bogopolski fa una introducció als *train-tracks* per al cas irreductible, que és fàcilment llegible i entenedora per a algú amb un mínim coneixement del grup lliure i dels seus automorfismes. Acaba amb el teorema fonamental de Bestvina-Handel per al cas irreductible, el que garanteix l'existència del representant *train-track* per a qualsevol automorfisme exterior irreductible, i de l'algorisme per calcular-lo.

En resum, encara que sigui un tòpic, aquest llibre servirà tant a l'estudiant d'últims anys de llicenciatura que vulgui introduir-se a la teoria de grups, com a l'expert que vulgui consultar l'enunciat exacte d'un teorema clàssic o la manera d'introduir un concepte clau. I és que, no és aquesta versatilitat una de les grans virtuts dels bons llibres de matemàtiques?

Josep Burillo
UPC

Wavelets, their friends and what they can do for you

Autor: MARTIN J. MOHLENKAMP, MARIA CRISTINA PEREYRA
Editorial: EMS Publishing House, 2008.

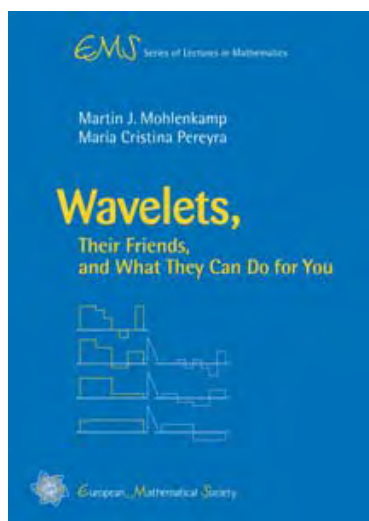
Darrerament s'han editat molts llibres sobre ondetes. Aquest n'és un altre dels que van començar com a notes de seminari i han madurat fins a ser un text publicat com cal. En ser un llibre de longitud modesta, s'han hagut de fer concessions a l'espai: hi ha poques demostracions, però rellevants, i els desenvolupaments que es fan amb detall són interessants i centrals.

El desenvolupament general de l'obra procedeix exposant primer l'anàlisi de Fourier, presentant a continuació el marc teòric de les ondetes i les classes més conegudes d'aquestes, i acaba amb un mostrari d'aplicacions.

El lector ha trobat especialment interessants les seccions finals del llibre: és allà on es presenten els «amics i coneguts» de les ondetes

als quals fa referència el títol. Aquestes noves coneixences i la part de les aplicacions (que se centren en el tractament de la imatge) constitueixen gran part del valor diferencial de l'obra.

El primer capítol comença a un nivell elemental, cosa que s'agraeix, introduint conceptes com ara la definició de producte escalar, norma i base ortonormal. Amb aquesta base, els autors poden passar a parlar dels objectes essencials de la teoria, per exemple bases de Riesz, frames i dualitat.



Al següent capítol, s'exposa l'anàlisi de Fourier, eina central en tot el desenvolupament posterior de l'obra. Històricament, aquesta eina va representar un punt de vista completament nou per a l'estudi de les funcions. Un punt de vista que feia ressaltar els fenòmens de periodicitat i que ha resultat ser equivalent, al temps que complementari, a l'enfocament clàssic. El joc que dona aquesta dualitat de punts de vista ja es pot apreciar en aquest capítol quan se'ns presenta el principi de Heisenberg o el teorema de Balian-Low. Aquests resultats vénen a dir que hom no pot tenir simultàniament una funció concentrada en temps i freqüència, i ens mostren fins a quin punt l'enfocament temporal i freqüencial són posicions extremes i la necessitat que hi ha, per tant, de disposar d'una eina que pugui combinar l'anàlisi freqüencial amb un suport compacte a l'eix del temps. Així es va fer restringint les funcions de l'anàlisi de Fourier a un interval. El llibre acaba aquest tema amb les bases de Gabor com a exemple d'aquest procediment.

Seguidament, es parla del concepte d'anàlisi multiresolució, és a dir, de la necessitat de te-

nir descripcions d'un fenomen a múltiples escales. A la pràctica, això s'ha fet tradicionalment recorrent a bancs de filtres que s'aplicaven simultàniament al senyal. El vector de respostes a aquests filtres era el resultat d'aquesta anàlisi. El problema bàsic és com escollir aquests bancs de manera que permetin extreure de manera fiable i completa les característiques freqüencials que volem, sense incórrer en redundància excessiva. En aquest sentit, les ondets representen una manera sistemàtica d'adreçar aquest problema de manera que els filtres resultants tinguin bones propietats. El desenvolupament teòric passa per definir una família d'espais encaixats de funcions indexats sobre els enters. Cada espai està associat amb una certa escala de detall a la qual volem considerar el senyal. Aquests espais estan construïts de manera que una funció i les seves translacions enteres en l'eix del temps es troben al mateix espai i que el fet de doblar l'escala temporal (és a dir, en transportar el senyal una octava) porti la funció a l'espai immediatament següent. Es demana, a més, que l'espai central estigui generat per una única funció (anomenada funció d'escala) i els seus desplaçaments enters. D'entrada, es demana que aquest conjunt de translacions formi una base ortonormal, però aquesta condició serà relaxada als capítols següents.

Els exemples més usats d'ondets es presenten a continuació donant per a cada una d'elles la llista de propietats com ara: si tenen suport compacte, si són simètriques, quin és el grau de regularitat i el nombre de moments nuls.

A partir d'aquest moment, el llibre parla de modificacions del concepte d'ondeta (o mutacions com els agrada d'anomenar-les) que s'adrecen a necessitats específiques de les aplicacions. Així, podem relaxar la condició d'ésser base ortonormal, o bé es poden considerar espais generats per més d'una funció d'escala. Val a dir que per a les aplicacions d'imatge digital ens cal que l'espai base sigui el pla o l'espai euclidià, i que les ondets clàssiques no es comporten bé respecte de rotacions atès que l'extensió natural a base de considerar productes tensorials d'ondets unidimensionals té tendència a crear artefactes en les imatges.

Els darrers dos capítols estan dedicats a mostrar aplicacions en les quals les d'ondets i els seus derivats han estat profitosos, així com a la recopilació de la bibliografia que el lector in-

teressat per saber-ne més pot consultar. Les aplicacions més fructíferes han estat en el camp de la compressió del senyal (so, imatge o vídeo) i l'eliminació de soroll (*denoising*) i són les que s'expliquen més a bastament d'acord amb l'ex-

periència dels autors. Una part està dedicada a mostrar l'ús de les ondetes en la resolució d'equacions diferencials. Cal remarcar també l'extensa bibliografia que ocupa més del deu per cent de l'extensió de l'obra.

Jordi Saludes
UPC

Invitation to topological robotics

Autor: MICHAEL FARBER

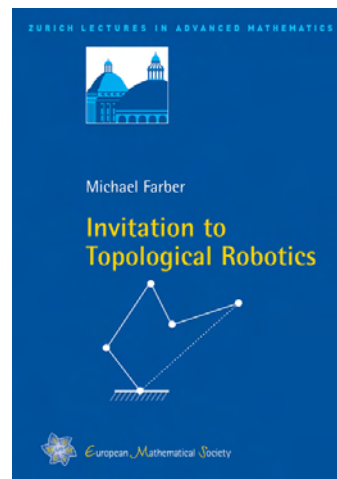
Editorial: EMS Publishing House, 2008.

El moviment dels objectes en entorns complexos té molt a veure no tan sols amb la posició, sinó també amb l'orientació (qualsevol persona que condueixi sap de què estic parlant). A la robòtica, aquesta qüestió és encara més punyent, atès que les decisions de moviment dels robots autònoms són preses per màquines. D'aquesta manera, quan es tracta d'assolir una certa posició amb una mà de robot, és important d'arribar-hi en una direcció determinada. Passa el mateix quan es planifica el moviment d'un robot mòbil que ha de navegar per un entorn complicat on hi ha passadissos estrets. Uns altres tipus de problemes tenen a veure amb les possibles posicions que poden adoptar els actuadors d'un braç de robot en relació amb la posició i orientació de la mà. Tots aquests temes es poden formalitzar associant les posicions i orientacions de l'objecte a unes coordenades dins d'un espai mètric adient.

Aquest llibre explora les relacions entre la topologia i els aspectes globals de les possibles configuracions de mecanismes al pla o a l'espai. El concepte d'espai de configuracions és central en aquest estudi i cal tenir en compte que aquest terme designa diferents coses en cadascun dels capítols.

Així, al primer capítol, s'estudien els espais de configuracions dels mecanismes articulats al pla, formats per baules rígides que formen un cicle, i dels quals suposem que tenim dos vèrtexs consecutius fixats. Aquest problema és equivalent a estudiar l'espai de mòduls dels polígons de n costats fixats sota l'acció de les semblances directes del pla. Tot depèn aquí de la proporció entre les longituds i , en el cas més senzill dels triangles, hi ha dos casos genèrics que corresponen a si es compleix estrictament la desigualtat

triangular o no. En el primer cas, fixada una aresta, hi ha dos triangles possibles (simètrics respecte de l'aresta fixada) i, en el segon cas, l'espai de configuracions és buit. Enmig es troba el cas límit en el qual una aresta és la suma de les altres dues. En aquest cas, el triangle degenera a un únic segment. El següent cas considerat correspon als quadrilàters i ja és més interessant: obtenim espais de configuracions que són o bé un punt, la circumferència, la unió puntual de dues circumferències, o bé dues circumferències desconnectades.



L'estudi general d'aquesta part depèn de l'existència de subconjunts de longituds amb relacions de dependència entera. Per als resultats d'aquesta part, s'usa essencialment teoria de Morse en presència d'una involució compatible. També es parla d'una conjectura de Walker sobre si la cohomologia de l'espai de configuracions determina el vector de longituds del mecanisme (llevat de reordenació i de proporcionalitat, és clar). Seguidament, s'aborda una conjectura que fa pensar en la celebrada qüestió de Kac sobre fins a quin punt l'espectre de les vibracions d'un

tambor en determina la forma. El capítol es tanca amb l'estudi asimptòtic de les mitjanes dels nombres de Betti de l'espai de configuracions per a mecanismes aleatoris quan el nombre de baules tendeix a infinit; tema que és interessant en biologia molecular.

El segon capítol es dedica a la característica d'Euler-Poincaré de l'espai de configuracions de n partícules que es mouen sense col·lisió dins un políedre X . L'objecte fonamental aquí és la sèrie de potències d'Euler-Gal que ve a ser la funció generadora de les característiques de cada espai de configuracions respecte del número de partícules. És remarcable que, per a qualsevol políedre finit, la sèrie esmentada correspongui a una funció racional de la qual en podem calcular numerador i denominador a partir de la topologia del complex inicial. S'estudia especialment el cas en què X és un graf.

La teoria de nusos del braç de robot és el tema següent. Aquí reprenem els mecanismes del capítol primer, però ara amb un extrem lliure, i ens demanem si hi ha alguna posició al pla que no es pugui desplegar completament tenint en compte que les baules del mecanisme no es poden creuar (problema del fuster). Descubrim que, al pla, l'espai de configuracions no és tan sols arc-connex sinó que el quocient d'aquest pel grup d'isometries positives del pla és contràctil. No passa el mateix en dimensions superiors i

és fàcil de trobar contraexemples a l'espai. El següent problema tracta de la rigidesa de combinacions planes formades per baules rígides completades amb barres que poden allargar-se.

El darrer capítol es dedica a l'estudi topològic de la planificació del moviment, és a dir, de les maneres de passar d'una configuració a una altra dins de l'espai de configuracions X d'un sistema mecànic. El problema es formalitza com la cerca de seccions del fibrat de camins de X sobre $X \times X$. La complexitat topològica de X s'associa al número mínim de parts de la base del fibrat on una secció és contínua. Es dona una fita superior de la complexitat en termes de la dimensió de X i de la seva connectivitat.

En resum, és un llibre interessant per al lector amb base matemàtica, però temo que, malgrat el títol, no convida gaire a qui, procedent de la robòtica, vol veure quines matemàtiques hi tenen relació. Probablement la part més interessant per a mi és la secció final, en la qual es recomanen lectures posteriors i s'esmenten les referències més aplicades.

El llibre és en general clar, a excepció de les figures que són escasses i algunes encara no prou ben pensades (particularment confosa és una figura en la qual se'ns mostra en traç gruixut una circumferència en presència de corones circulars).

Jordi Saludes
UPC

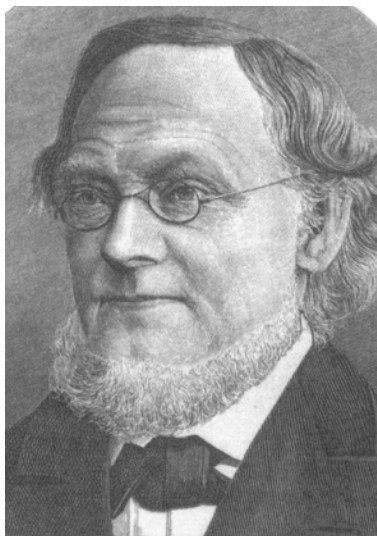
Racó biogràfic

Hermann Günther Grassmann (1809–1877)

Hermann Günther Grassmann (1809-1877), de qui el proper 15 d'abril celebrarem el segon centenari del naixement (coincidint amb el 302 d'Euler), fou un veritable científic multidisciplinari, amb aportacions especialment rellevants en matemàtiques, física i lingüística. Tercer dels onze fills de Justus Günther Grassmann, professor de matemàtiques i física del Gymnasium (Institut) d'Stettin, i de Johanne Luise Friederike Medenwald, fou inicialment educat per ella, aprengué a tocar el piano i anà a una escola privada fins que va poder entrar al Gymnasium. D'estudiant més aviat fluixet (el seu pare pen-

sava que podria ser jardiner o artesà), va anar progressant fins acabar, als 18 anys, segon de la seva promoció. Això li permeté, dins el sistema prussià d'ensenyament, anar a estudiar a la Universitat de Berlín com Robert, el seu germà gran. Del 1827 al 1830, hi estudià teologia, llengües clàssiques, filosofia i literatura. De retorn a Stettin, es preparà durant un any per a l'habilitació com a professor en teologia i en matemàtiques i física, que aprengué, sens dubte orientat i influenciat pel seu pare, de manera autodidacta. Obtinguda l'habilitació el desembre del 1831, el 1832 passà a ser professor assistent d'una escola

elemental dependent del Gymnasium, alhora que inicià les seves recerques geomètriques. El 1834 Grassmann substituïx en la Gewerbeschule de Berlín (escola de comerç) el geòmetra Jakob Steiner, nomenat professor a la Universitat de Berlín. Prefereix, però, tornar a Stettin i exercir de professor de matemàtiques, física, llatí, alemany i religió a la recent oberta Otto Schule, mentre continua els seus estudis de teologia, matemàtiques i física.



Hermann Günther Grassmann.

El maig del 1840 obté a Berlín l'habilitació com a professor del Gymnasium per a tots els nivells de matemàtiques, física, mineralogia i química. Entre d'altres mèrits requerits, es valorà la seva memòria sobre la teoria de les mareas «Theorie der Ebbe und Flut», un treball de dues-centes pàgines publicat pel seu pare, en el qual desenvolupà el tema de manera *geometricovectorial* més enllà de la mecànica analítica de Lagrange i la mecànica celeste de Laplace. La satisfacció personal que li suposà aquest treball fou decisiva en la seva renúncia a ordenar-se i exercir com a pastor luterà un cop passades totes les proves el 1839. Sempre a Stettin, i després de diversos canvis de centre, serà des de maig del 1847 *Oberlehrer* a la Friedrich Wilhemschule i des del 1852 professor del Gymnasium d'Stettin, plaça que quedà vacant a la mort del seu pare i que comportava un salari major que el de la majoria dels professors universitaris. Amb tot, Grassmann no assolí la seva tan desitjada fita de ser professor universitari. De les dues peticions directes que adreçà al *Kulturministerium*, la de maig del 1847 va

ser refusada el mes següent a causa de l'informe desfavorable d'E. E. Kummer, professor a la Universitat de Breslau. Tot i reconèixer l'originalitat i el valor científic del contingut dels treballs de Grassmann, els considerà deficientes quant a la forma i a l'organització. La segona petició, formulada el 1862, fou desestimada al·legant que implicaria un decrement salarial. I el 1868 la proposta feta per Grünther per a una segona càtedra de matemàtiques a Greifswald va ser refusada pels seus col·legues de facultat.

Contrasta aquesta dificultat per aconseguir el reconeixement del seu treball matemàtic, al qual dedicà els majors esforços de la seva vida, amb el reconeixement obtingut en altres camps. Foren els seus treballs en física, en els camps de l'electrodinàmica, la teoria dels colors, l'acústica i l'òptica elementals els que li procuraren l'admissió el 1864 a l'Acadèmia Leopoldina, la més antiga d'Alemanya fundada el 1652. I el 1876, un any abans de la seva mort i gràcies als seus treballs en sànscrit, una llengua que començà a estudiar el 1849, fou nomenat membre de l'American Oriental Society i doctor *honoris causa* (*Ehrendoktor*) per la Universitat de Tübingen. El seu diccionari i la seva traducció del Rig Veda reberen una acollida immediata i continuen avui dia plenament vigents, com ho és la seva obra matemàtica. De la intensitat de la seva vida social donen compte la seva pertinença a la lògia maçònica d'Stettin, de la qual arribà a ser tresorer, i la cofundació amb el seu germà Robert, arran dels successos de 1848–1849, de dues revistes de caràcter conservador —defensant la monarquia constitucional i la unificació alemanya amb hegemonia prussiana—, interessant-se per les qüestions de dret constitucional. Finalment, en l'ordre estrictament familiar, tingué onze fills amb Marie Therese Knappe, filla d'un terratinent amb qui es casà el 12 d'abril de 1849. D'aquests, nou sobrevisqueren i set arribaren a l'edat adulta. Hermann Ernst va ser professor a la Universitat de Giessen i col·laborà amb Engel i Study en la publicació de l'obra matemàtica de Grassmann; Justus i Max foren professors del Gymnasium d'Stettin.

Serveixi la biografia precedent per apropar-nos (apropiar-nos) amb esperit tranquil a (de) l'obra d'un personatge la vida del qual difícilment podríem qualificar de tràgica. Podem doncs, davant de la seva obra, abstenir-nos d'adoptar qualsevol mena d'actitud redemptora o

sectària que sovint acompanya la reivindicació d'un màrtir «per la causa» ni que en aquest cas sigui per la ciència. La veritable tragèdia, si insistim a donar aquesta qualificació a la desatenció que patí la seva obra matemàtica per part de l'establishment acadèmic, ha estat soferta per la mateixa matemàtica (pura i aplicada), com força encertadament assenyala Dyson el 1972 en *Missed Opportunities*, la seva memorable «Gibbs Lecture» davant l'American Mathematical Society. És la meua modesta opinió, compartida amb un no menyspreable nombre de físics, enginyers i també matemàtics, que encara avui està pendent la plena assumpció del llegat de Grassmann a la ciència matemàtica, amb importants implicacions ja en l'ensenyament preuniversitari, aquell al qual Grassmann estigué vinculat i al qual dedicà —no sempre a cor content— grans esforços al llarg de la seva vida.



El Gymnasium d'Stettin, on Grassmann fou professor els darrers 25 anys de la seva vida.

No tractaré aquí —ni hi ha espai ni tinc competència per fer-ho— de resumir les aportacions de Grassmann. De fet, seguint el consell de Clifford Truesdell, és en l'estudi dels clàssics i no en els seus intèrprets (*traduttore-traditore*) on amb més probabilitat podem trobar els coneixements que ens han de permetre superar els reptes presents. Grassmann inicià la redacció de la seva gran obra mestra *Die Lineale Ausdehnungslehre, ein neuer Zweig der Mathematik* la primavera del 1842 i l'acabà a la tardor del 1843, publicant-se el 1844. El primer de juliol de 1846 guanyà el premi ofert per la Fürstliche Jablonowski'schen Gesellschaft amb *Die Geometrische Analyse geknüpft und die von Leibniz Charakteristik*. El

silenci, bandejament o mera desconsideració per part de matemàtics tan rellevants com Cauchy, Gauss, Kumer, i el mateix Moebius, d'unes aportacions que no estaven redactades d'acord amb els cànons acadèmics el portà a redactar de nou, ara *more académico*, els resultats de les seves recerques, amagant o eliminant del tot la «filosofia, metafísica o concepció global del sistema». *Die Ausdehnungslehre: Vollständigkeit und in strenger Form* es publicà a Berlín el 1862, però tampoc obtingué el ressò desitjat. De fet, el 1878, es republicà, amb dos apèndixs, el primer *Ausdehnungslehre*, que Grassmann continuà considerant com a expressió més acurada i convenient de les seves idees sobre la nova branca de les matemàtiques per ell creada: la de les magnituds extensives. El 1877, any de la seva mort, publicà l'article *Der Ort der Hamiltonschen Quaternionen in der Ausdehnungslehre*, on pretenia haver aconseguit explicar els quaternions de Hamilton en el seu sistema. No tingué, doncs, temps per a rebre ni la més profunda i sincera admiració pel conjunt de la seva obra, ni tampoc reconèixer la incorrecta identificació de les magnituds extensives corresponents als quaternions, ambdues contingudes en l'article inequívocament titulat *Applications of Grassmann's Extensive Algebra* que publicà William Kingdon Clifford el 1878, en el primer volum dels *Annals of Mathematics*. És en base a aquest article, considerat fundacional pel que fa a les àlgebres de Clifford, que aquest matemàtic anglès pot, justament, ser considerat el primer gran grassmanià que, practicant la nova ciència, conquereix i revalorà el territori «rival» dels quaternions i amplia el seu domini d'acció a tota geometria mètrica, en dimensió i signatura arbitràries. I en particular al pla i a l'espai ordinaris de la geometria elemental i/o escolar. Dit altrament, Grassmann, Hamilton i Clifford foren tres poliglots excel·lents que forjaren un llenguatge multivectorial o extensiu al qual de cap manera podem renunciar per causa dels errors històrics comesos, ni que sigui amb la millor voluntat, pels seus seguidors o pels que no arribaren a comprendre'ls. El bicentenari del naixement de Grassmann, com ho ha estat també el recent bicentenari de Hamilton, ofereix una nova oportunitat per a conèixer i apropiarnos del passat per a dissenyar i construir un millor futur.

Bibliografia

GRASSMANN, H. *The Ausdehnungslere of 1844, and Other Works, Open Court*. Chicago, 1995. Traducció Lloyd C. Kannenberg.

GRASSMANN, H. *Extension Theory (Die Ausdehnungslehre von 1862)*. AMS 2000. Traducció Lloyd C. Kannenberg.

SCHUBRING, G. (ED). *Hermann Günther Grassmann (1809–1877): Visionary mathematician,*

scientist and neohumanist scholar. Papers from a Sesquicentennial Conference. Kluwer 1996.

PARRA; J. M. «William Kingdon Clifford, als 150 anys del seu naixement». *Notícies SCM*. 01, maig 1995, 10–12.

PARRA; J. M. «L'àlgebra vectorial. Una història que ens cal reescriure». *But. SCM*, 10 (1995), 75–120.

Josep Manel Parra
UB

Webs de matemàtiques

Project Euler

Els problemes són l'ànima de les matemàtiques. Tant si són els més abstrusos problemes oberts que només entenen cinc persones al món, com els humils problemes d'un llibre de text d'ensenyament primari, un problema de matemàtiques és sempre un repte per a aquell que s'hi enfronta, i precisament, assolir la solució d'aquest repte és un dels plaers més grans que es pot obtenir fent matemàtiques. Tots coneixem la secció de problemes d'aquesta mateixa revista de la SCM, on n'hi apareixen alguns de ben bonics, i no precisament fàcils.

Per això, webs on es proposen problemes n'hi ha a cinc cèntims la dotzena. Però pocs han estat, en la meua experiència, tan sorprenents com www.projecteuler.com. En aquest web, sense distraccions ni gaires complicacions gràfiques, es proposa una llista de dos-cents dinou problemes, classificats per ordre aproximat, de més fàcil a més difícil. I aquesta classificació es fa sobre la base de la gent que ha aconseguit resoldre cada problema. Cadascun dels problemes té una solució numèrica única, sovint un número de vuit o nou xifres, que cal entrar perquè et comptin el problema com a resolt. Hi ha problemes com el següent:

1. Trobeu la suma de tots els nombres naturals menors de 1.000 que són múltiples de 3 o de 5. És resoluble fent dues sumes de progressions geomètriques. O el problema:
5. Quin és el menor número divisible per tots

els enters de l'1 al 20?

És un senzill càlcul d'un mínim comú múltiple. Lògicament, aquests dos problemes apareixen a la llista com dos dels més resolts. Però la llista es complica i hi apareixen problemes com:

20. Trobar la suma dels dígitos de 100!

25. Quin és el primer terme de la successió de Fibonacci que té 1.000 dígitos?

Aquests ja no són fàcilment resolubles a mà. De fet, la majoria dels problemes de la llista estan pensats per a l'afecionat, tant a les matemàtiques com a la programació de programes senzills però interessants. Part de l'interès d'aquests problemes consisteix a escriure un programet, en el llenguatge de la vostra elecció, que et permeti resoldre el problema. I evidentment, també és preferible buscar un programa eficient, evitar la força bruta que consistiria a agafar el problema pel dret i programar-lo. De fet, buscant els comentaris als problemes, es veuen els programes que la gent ha fet servir per resoldre el problema, i l'eficiència de cadascun.

Us deixo amb alguns dels problemes més difícils de la llista (o com a mínim dels que ha resolt menys gent!):

142. Trobeu el mínim $x + y + z$ amb enters $x > y > z$ tal que $x + y$, $x - y$, $x + z$, $x - z$, $y + z$ i $y - z$ són tots quadrats perfectes.

193. Quants enters lliures de quadrats menors que 2^{50} hi ha?

Animeu-vos a resoldre'ls!

Josep Burillo
UPC

Problemes

Altra vegada, els atents, amables i competents lectors d'aquesta secció ens han enviat solucions a tots els problemes proposats al número anterior. Sembla, però, que la resolució del problema **A76**, proposat en el número 23 del *SCM/Notícies* encara es resisteix!

L'Arnau Messegué, estudiant a la FME, UPC, s'estrena aquí amb una bellíssima resolució del problema **A81**. J. Monterde, des de València, el mateix Arnau Messegué i Xavi Ros, també estudiant a la FME, ens han enviat solucions al problema **A82**. En Xavi Ros és l'autor de la solució de l'**A83** i Miquel Amengual Covas, des de Cala Figuera, Mallorca, ens ofereix la seva solució del problema **A84** tot afegint-hi una interessant i documentada *coda*. No cal dir que és un goig constatar la convivència de novells molt novells i veterans força veterans en aquesta secció.

El nostre agraïment a Joaquim Nadal Vidal, de Cassà de la Selva, pel plantejament del bonic problema **A85**, que és d'aquells que sembla que no puguin ser, a Enric Ventura, per l'enunciat **A86** que demana generalització a dimensions superiors, a Xavi Ros Otón, per l'**A87** i a José Luis Díaz-Barrero per l'**A88**, que *no* és una de les seves endimoniades desigualtats. Moltes gràcies a tots!

Com sempre, us demanem que treballem amb \TeX o \LaTeX , perquè això ens facilita moltíssim la feina de transcripció del vostre treball, tot i que aportacions en qualsevol altre format, inclosos els manuscrits, també seran ben rebudes. Les adreces de correu per enviar-nos-les són carles.romero.c@gmail.com, o bé, carles.romero.c@gmail.com. Fins aviat!

Problemes proposats

A85. (Proposat per Joaquim Nadal Vidal, IES de Cassà de la Selva.) Quatre cercles tenen diàmetres enters i el més gran d'aquests diàmetres és igual a la suma dels altres tres. Els tres cercles petits es poden posar sobre el gran de manera que cadascun dels cercles és tangent als altres tres i, en aquest cas, la part no coberta del cercle gran equival a l'àrea del cercle inscrit en un quadrat de 4830 cm^2 d'àrea. Trobeu els diàmetres d'aquests quatre cercles.

A86. (Proposat per Enric Ventura, UPC, Manresa.) Considereu el conjunt de punts enters del pla, \mathbb{Z}^2 , i la quadrícula de rectes horitzontals i verticals que els uneix. Trobeu una fórmula explícita que compti la quantitat total de camins que es poden seguir per l'esmentada xarxa, començant i acabant a l'origen, i en funció de la seva longitud n (s'enten per longitud d'un camí

quantitat de segments de llargada 1 que travessa, ja siguin horitzontals o verticals, i en qualsevol sentit; per exemple, " $\rightarrow, \uparrow, \leftarrow, \leftarrow, \rightarrow, \downarrow$ " té longitud 6).

A87. (Proposat per Xavi Ros Otón, estudiant, FME, UPC.) Si A , B i C són els angles d'un triangle, proveu que

$$0 < \frac{\sin A + \sin B + \sin C}{\cos A + \cos B + \cos C} < 2.$$

A88. (Proposat per José Luis Díaz-Barrero, UPC, Barcelona..) Sigui $0 < \alpha < 1$ un nombre real amb $\frac{1}{1-\alpha} > k$, $1 \leq k \leq n$. Calculeu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n \left(\frac{k^2 \alpha^2 + n^2}{n^2} \right)^{\frac{k\alpha+n}{n^2}}.$$

Solucions

A81. (Proposat a la fase espanyola de la XLIV Olimpíada Matemàtica, València, 29 de març de 2008.) Hom assigna un color, d'entre c colors disponibles, a cadascun dels punts del pla. Vegeu si és que hi ha algun trapezi inscriptible en un cercle, de manera que els seus quatre vèrtexs tinguin el mateix color.

Solució: (Solució d'Arnau Messegué, estudiant, FME, UPC.) Provarem que la resposta és que sí. Primer, comencem veient que un trapezi inscriptible en un cercle és el mateix que un trapezi isòsceles:

En efecte, sigui $ABCD$ un trapezi, amb $AB \parallel CD$ inscrit en una circumferència de centre O , i siguin m i m' les respectives mediatrises d' AB i CD . Com que $ABCD$ és concíclic, $O \in m$ i $O \in m'$ i, d'altra banda, $AB \parallel CD$ implica que $m \parallel m'$. Ara bé, dues rectes paral·leles tenen un punt en comú si, i només si, són coincidents i, per tant, $m \equiv m'$. D'aquí, doncs, ja que A i B són simètrics respecte de m , així com ho són C i D , AC serà la recta simètrica de BD respecte de m i, en conseqüència, $AB = CD$, això és, $ABCD$ és un trapezi isòsceles.

A continuació, provarem que, si pintem el pla tal com ens indica l'enunciat, sempre podem trobar un trapezi isòsceles, és a dir, tal com hem vist, un trapezi inscriptible en una circumferència amb els quatre vèrtexs del mateix color:

Sigui O un punt qualsevol del pla, i C un conjunt infinit de $(c+1)$ -àgons regulars homotètics per homotècies de centre O . En particular, considerarem que dos elements $A = A_1A_2 \dots A_{c+1}$ i $B = B_1B_2 \dots B_{c+1}$, de C , compleixen que A_i , B_i i O són en el mateix raig.

Observem que, pel *principi de colomar*, per cada $(c+1)$ -àgon $A_1A_2 \dots A_{c+1}$ de C , hi ha subíndexs i, j amb $i \neq j$ de manera que A_i i A_j són del mateix color. Ara, associem a cada element $M = M_1M_2 \dots M_{c+1}$ de C una parella $P = ((i, j), k)$ en la qual k és el número corresponent al color que comparteixen M_i i M_j (en cas que hi hagués més d'una corda amb extrems d'igual color, n'escollim una arbitràriament). Tenint en compte, doncs, que cada polígon de C té $\binom{c+1}{2}$ cordes diferents, altra vegada pel *principi de colomar*, si escollim $\binom{c+1}{2} \cdot (c+1) + 1$ elements de C , almenys dos d'ells tindran la

mateixa parella associada. Això implica que, en aquests dos polígons, siguin $X = X_1X_2 \dots X_{c+1}$ i $Y = Y_1Y_2 \dots Y_{c+1}$, hi ha una corda en el primer, X_iX_j , i una corda en el segon, Y_iY_j de manera que els punts extrems X_i, Y_i, X_j i Y_j són del mateix color. Però, com que per definició de C , els punts X_i, Y_i i O són en un mateix raig i X_j, Y_j i O també, podem deduir que $X_iX_j \parallel Y_iY_j$. A més, com que X i Y són polígons regulars homotètics de centre O , clarament $OX_i = OX_j$ i $OY_i = OY_j$ i, per tant, $X_iY_i = X_jY_j$ d'on concloem que $X_iX_jY_jY_i$ és un trapezi isòsceles.

Tal com volíem demostrar, hem trobat un trapezi isòsceles, $X_iX_jY_jY_i$ i, per tant, concíclic, que té els seus vèrtexs pintats del mateix color.

A82. (Proposat per la redacció.) Per a qualsevol nombre natural n definim

$$f(n) = 1! + 2! + 3! + \dots + (n-1)! + n! = \sum_{i=1}^n n!.$$

Trobeu tots els valors de n pels quals $f(n)$ és un quadrat perfecte.

Solució: (Solució de J. Monterde. Dpt. de Geometria i Topologia. Facultat de Matemàtiques. Universitat de València.) La darrera xifra de qualsevol quadrat perfecte només pot ser una de les següents $\{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$. Ara bé, la darrera xifra de $f(n)$ per a $n \geq 4$ sempre és el 3. En efecte, $f(4) = 33$ i tots els sumands $i!$ amb $i \geq 5$ són divisibles per 2 i per 5 i, per tant, la darrera xifra de $i!$ amb $i \geq 5$ sempre és el 0.

Aleshores, només s'han d'estudiar els valors $f(n)$ per a $n = 1, 2, 3$. Un càlcul directe mostra que els únics quadrats perfectes són $f(1) = 1$ i $f(3) = 9$.

A83. (Proposat per Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.) Sigui $\triangle ABC$ un triangle amb costats a, b i c i medianes respectives m_a, m_b i m_c . Sigui $\triangle PQR$ el triangle que té per costats m_a, m_b i m_c . Sigui r el radi de la circumferència inscrita al triangle $\triangle ABC$ i sigui ρ el radi de la circumferència circumscrita al triangle $\triangle PQR$. Demostreu que

$$\rho \geq r\sqrt{3}.$$

En quines condicions hi ha igualtat?

Solució: (Solució de Xavi Ros Otón, estudiant, FME, UPC.) És ben conegut que el radi de la circumferència circumscrita a un triangle és el producte dels costats del triangle entre 4 vegades la seva àrea, i que el radi de la circumferència inscrita és l'àrea entre el semiperímetre. Per tant, si denotem $[XYZ]$ l'àrea del triangle $\triangle XYZ$, i p el semiperímetre de $\triangle ABC$, tenim que

$$\rho = \frac{m_a m_b m_c}{4[PQR]}$$

$$r = \frac{[ABC]}{p}.$$

Ara bé, pel problema **A80** sabem que $[PQR] = \frac{3}{4}[ABC]$ i, per tant,

$$\rho = \frac{m_a m_b m_c}{3[ABC]}.$$

Si denotem $S = [ABC]$, la desigualtat a demostrar és

$$\frac{m_a m_b m_c}{3S} \geq \frac{\sqrt{3}S}{p}$$

i, tot tenint em compte que $S^2 = p(p-a)(p-b)(p-c)$,

$$m_a m_b m_c \geq 3\sqrt{3}(p-a)(p-b)(p-c).$$

Ara, és ben conegut que

$$m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$

(i cíclicament), i utilitzant que $b^2 + c^2 \geq 2bc$, tenim que

$$m_a \geq \frac{1}{2}\sqrt{(b+c)^2 - a^2} = \sqrt{p(p-a)}$$

i

$$m_a m_b m_c \geq \sqrt{p(p-a)}\sqrt{p(p-b)}\sqrt{p(p-c)} = \sqrt{p^3(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

Finalment, aplicant la desigualtat entre les mitjanes aritmètica i geomètrica,

$$\frac{1}{27}p^3 = \left[\frac{(p-a) + (p-b) + (p-c)}{3} \right]^3$$

$$\geq (p-a)(p-b)(p-c)$$

obtenim que

$$m_a m_b m_c \geq \sqrt{p^3(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$\geq 3\sqrt{3}(p-a)(p-b)(p-c)$$

i, per tant,

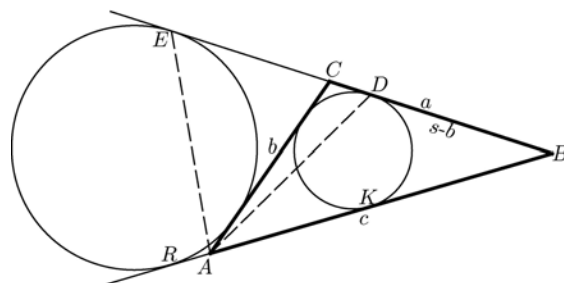
$$\rho \geq \sqrt{3}r$$

com volíem demostrar.

La igualtat es dona si i només si el triangle $\triangle ABC$ és equilàter.

A84. (D'una recopilació de problemes d'olimpíades iberoamericanes.) En un triangle $\triangle ABC$ el cercle inscrit és tangent al costat BC en el punt D i el cercle exinscrit oposat al vèrtex B és tangent al costat BC en el punt E . A més, $AD = AE$. Demostreu que $2C - B = 180^\circ$.

Solució: (Solució de Miquel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca.) Siguin a, b i c els costats del triangle $\triangle ABC$ respectivament oposats als angles A, B i C . Designarem per s el semiperímetre del triangle.



El *Teorema dels Cosinus* aplicat al triangle $\triangle ABD$, en el qual $BD = s - b$, dona

$$AD^2 = c^2 + (s - b)^2 - 2c(s - b) \cos B$$

i, aplicat al triangle $\triangle ABE$, en què $BE = s$,

$$AE^2 = c^2 + s^2 - 2cs \cos B.$$

Així, doncs,

$$AD^2 - AE^2 = b(2c \cos B + b - 2s) =$$

$$= b(2c \cos B - c - a)$$

perquè $2s = a + b + c$. Aleshores, la condició $AD = AE$ és equivalent a $2c \cos B = c + a$, la qual equival a

$$2 \sin C \cos B = \sin C + \sin A \quad (1)$$

perquè $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$. L'aplicació de la fórmula de la resta de sinus transforma (1) en

$$\sin(B + C) - \sin(B - C) = \sin C + \sin A$$

i, si tenim en compte ara que els sinus de dos angles suplementaris són iguals, obtenim que la condició (1) equival a la

$$-\sin(B - C) = \sin C$$

o sigui,

$$\sin C - \sin(B - C) = 0$$

i una nova aplicació de les fórmules de transformació de sumes en productes dóna

$$\sin \frac{B}{2} \cos \frac{2C - B}{2} = 0$$

que obliga a

$$\cos \frac{2C - B}{2} = 0,$$

és a dir,

$$\frac{2C - B}{2} = 90^\circ$$

i, finalment,

$$2C - B = 180^\circ$$

com es volia.

Coda:

En un triangle així, en el qual $2C - B = 180^\circ$ es compleix també que:

1) Si la bisectriu exterior de l'angle A talla BC en F i la circumferència inscrita és tangent al costat AB en K , aleshores,

$$CF = 2AK.$$

2) Si M és el punt mitjà del costat BC i, si la circumferència de centre A i radi AM talla BC en el punt N , aleshores,

$$MN = AB.$$

Aquests dos resultats foren proposats pel professor Toshio Seimiya, del Japó, a la revista *Cruix Mathematicorum* com a problemes 2.303 (febrer 1998) i 2.316 (març 1998). Les respectives solucions es troben en els números de febrer i març del 1999.

Carles Romero
IES Manuel Blancafort, la Garriga

Tesis

- CARLOS ARTURO ESCUDERO SALCEDO va llegir la seva tesi, dirigida per Agustí Reventós Tarrida, titulada *Conjuntos focales en variedades de Riemann de curvatura acotada*, el dia 20 de setembre de 2006. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.



Podem considerar que l'origen llunyà d'aquesta tesi és la desigualtat següent: si $C = \partial K$ és la vora d'un conjunt K compacte, convex d'àrea F de \mathbb{R}^2 , llavors

$$\int_C \frac{1}{k} ds \geq 2F, \quad (1)$$

on $k = k(s) (> 0)$ és la funció de curvatura C i ds significa la mesura de la longitud de l'arc sobre C . La igualtat es dóna si i només si C és un cercle.

En aquesta tesi es dóna una prova nova, molt curta, de (1), que té l'avantatge de proporcionar una interpretació geomètrica de la diferència

$2F - \int_C k^{-1} ds$. Concretament, es demostra que

$$\int_C \frac{1}{k} ds = 2(F - F_e), \quad (2)$$

on $F_e (\leq 0)$ és l'àrea (algebraica) del domini acotat per l'evoluta de C .

La desigualtat (1) és l'anàleg dos-dimensional de la desigualtat de Heintze i Karcher:

$$\int_S \frac{1}{H} dA \geq 3V,$$

on $H (> 0)$ és la curvatura mitjana d'una superfície S compacta, encaixada a \mathbb{R}^3 , vora d'un domini D de volum V . És sabut que la igualtat es dóna si i només si S és una esfera.

El concepte d'evoluta, o conjunt focal, té sentit també sobre les varietats de Riemann, però el seu estudi és força complicat ja que depèn de les variacions de curvatura en cada punt.

En aquesta tesi, s'aborda aquest estudi començant per les varietats de Riemann connexes i simplement connexes de curvatura constant, que són justament els models de les geometries no euclidianes.

Es fa una recopilació de resultats en aquest camp i s'aporten maneres de fer diferents aconseguint donar una fórmula general, en funció de la constant de curvatura c de la varietat, que en el cas $c = 0$ coincideix amb la fórmula (2).

Concretament es demostra la important fórmula següent:

Teorema 1. *Sigui K un conjunt fortament convex a X_c^2 (la varietat de Riemann de curvatura constant c), si $c \geq 0$, o fortament h-convex si $c < 0$, amb vora regular diferenciable $M = \partial K$. Llavors*

$$\int_M \tan_c\left(\frac{\rho(s)}{2}\right) ds = F - F_e,$$

- ALBERT CLOP PONTE va llegir la seva tesi, dirigida per Joan Mateu i Joan Orobitg, titulada *Singularitats evitables per a funcions quasiregulars del pla*, el dia 20 de novembre de 2006. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

Una funció $f : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ és quasiregular a l'obert $\Omega \subset \mathbb{C}$ si té derivades de quadrat localment integrable a Ω i, a més, hi satisfà quasi per tot punt una equació de Beltrami,

$$\bar{\partial}f(z) = \mu(z) \partial f(z)$$

on $\mu : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ és una funció acotada a Ω , $\|\mu\|_\infty < 1$. Si a més és bijectiva, diem que f és quasiconforme. Per mesurar la quasiregularitat, diem que f és κ -quasiregular si $\|\mu\|_\infty \leq \kappa$. Així, doncs, les funcions 0-quasiregulars o 0-quasiconformes són, respectivament, analítiques o conformes. Existeixen definicions equivalents que permeten estendre la noció de quasiconformalitat a dimensions superiors o, fins i tot, a espais mètrics abstractes. Aquest és, de fet, un dels motius del creixent interès en aquesta classe de funcions des de diferents àrees de les matemàtiques.

Anomenem conjunt excepcional, o conjunt *evitable* a tot compacte del pla E per al qual es

on ds significa la mesura de la longitud d'arc sobre M , F és l'àrea de K i F_e és l'àrea (algebraica) delimitada pel conjunt focal $F(M)$ de M . La funció \tan_c és la funció tangent generalitzada, que ara no definim, però que coincideix essencialment amb la tangent ordinària quan $c > 0$ i amb la tangent hiperbòlica quan $c < 0$.

Posteriorment, usant els teoremes de comparació de Rauch, es donen resultats anàlegs als anteriors per a varietats de Riemann de curvatura acotada per sota. Per exemple,

Teorema 2. *Sigui M una varietat de Riemann completa i amb curvatura acotada $K \geq c$. Llavors*

$$\int_{\partial\Omega} \frac{V(\rho_H(x))}{A(\rho_H(x))} dx \geq V(\Omega),$$

on $V(\Omega)$ és el volum d'un domini convex, $V(\rho_H(x))$ i $A(\rho_H(x))$ són el volum i l'àrea d'una esfera de radi ρ_H a l'espai de curvatura constant c .

Aquest resultat generalitza la fórmula de Heinze-Karcher a espais de curvatura acotada.



compleix la propietat següent:

si $f : \mathbb{C} \setminus E \rightarrow \mathbb{C}$ és una funció analítica i acotada, aleshores f és constant.

Tot conjunt E amb longitud $\mathcal{H}^1(E) = 0$ és evitable, mentre que si $\dim(E) > 1$ llavors E no ho és. Diem, doncs, que $d = 1$ és la *dimensió crítica*. Amb aquesta dimensió, i mesura de Hausdorff \mathcal{H}^1 finita, hi ha conjunts evitables (conjunts autosemblants adients) i conjunts que no ho són (si E és un segment, llavors existeix una funció analítica —de fet conforme— $f : \mathbb{C} \setminus E \rightarrow \mathbb{D}$ que no és constant). Fruit dels treballs de David i Tolsa, entre d'altres, és sabut que la rectificabilitat i la curvatura de Menger són conceptes clau en la caracterització geomètrica dels conjunts evitables, coneguda com a *Problema de Painlevé*.

En analogia al cas holomorf, anomenem conjunt κ -evitable tot compacte E tal que:

si $f : \mathbb{C} \setminus E \rightarrow \mathbb{C}$ és κ -quasiregular i acotada, aleshores f és constant.

El problema consisteix, doncs, a caracteritzar geomètricament els conjunts κ -evitables. Resultats previs d'Astala, Iwaniec i Martin, entre d'altres, mostren que $d = 1 - \kappa$ juga ara el paper de dimensió crítica: si $\mathcal{H}^d(E) = 0$ llavors E és κ -evitable (tal com passa quan $\kappa = 0$) mentre que per a tot $t > d$ existeixen conjunts no κ -evitables de dimensió t . Si $\kappa > 0$, obtenim la implicació

$$\mathcal{H}^d(E) \text{ } \sigma\text{-finita} \Rightarrow E \text{ és } \kappa\text{-evitable}$$

que, per contra, és falsa si $\kappa = 0$. També construïm exemples E de conjunts no κ -evitables amb dimensió $\dim(E) = d$.

Dolzenko i Uy van resoldre la variant del Problema de Painlevé obtinguda tot reemplaçant les funcions analítiques acotades per funcions analítiques i *Hölder contínues d'exponent α* ,

és a dir Lip_α , on $0 < \alpha \leq 1$. En el corresponent problema quasiregular, demostrem que $d = (1 - \kappa) + \alpha(1 + \kappa)$ n'és la dimensió crítica. En concret, els conjunts amb $\mathcal{H}^d(E) = 0$ són κ -evitables, mentre que per tot $t > d$ existeix un conjunt no κ -evitable de dimensió d .

Hom també pot parlar de conjunts μ -evitables, si el que es vol és fer referència a una equació de Beltrami concreta, més que no pas a una família d'equacions uniformement el·líptiques. A priori, només esperariem diferències significatives si el coeficient μ gaudeix d'una certa regularitat. Per a coeficients μ amb derivades de quadrat integrable, provem que els conjunts μ -evitables de longitud σ -finita són precisament els conjunts evitables de longitud σ -finita. És a dir, per a aquests coeficients μ (entre els quals n'hi ha que ni tan sols són continus), els operadors de Beltrami $\bar{\partial} - \mu \partial$ i de Cauchy-Riemann $\bar{\partial}$ tenen els mateixos conjunts excepcionals de longitud σ -finita.

- NURIA SUÁREZ DE LA TORRE va llegir la seva tesi, dirigida per Antonio Susín Sánchez i Carlos García Gómez, titulada *Coupling Marker and Cell and Smoothed Particle Hydrodynamics for Fluid Animation*, el dia 22 de desembre de 2006. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada I de la Universitat Politècnica de Catalunya.



En el món de l'animació de fluids amb base física, la resolució de les equacions de Navier-Stokes és un dels reptes més importants. Per a donar-ne una solució dins el marc de l'animació, el mètode proposat ha de ser ràpid, capaç de captar tots els detalls del moviment del fluid (com per exemple l'esquitxat) i de mantenir una certa capacitat per a ser manipulat per l'animador, fent possible la creació d'escenes fins i tot encara que no siguin físicament correctes. Sovint, l'ús d'un únic mètode no és una bona solució a causa, principalment, del comportament complicat dels fluids. En aquest treball, presentem un mètode híbrid en el qual es tracta d'aprofitar els avantatges dels dos mètodes més estesos en l'animació de fluids, evitant-ne els inconvenients. Aquests dos mètodes són:

- *Smoothed Particles Hydrodynamics* (SPH): amb plantejament lagrangià, aquest mètode considera que el fluid està compost per partícules. Cadascuna té les seves pròpies característiques materials, que són determinades mitjançant funcions de nucli que defineixen

la influència local de les partícules. Aquest mètode posseix un gran nivell de detall, però és massa lent i necessita molts recursos computacionals, ja que el comportament de cada partícula depèn del de les seves veïnes a cada moment.

- *Marker and Cell* (MAC): amb plantejament eulerià, aquest mètode calcula els valors del fluid (velocitat i pressió) sobre un reticle en el domini de simulació. La posició del fluid es determina per mitjà de partícules marcadores que es mouen segons el camp de velocitats calculat. Encara que necessita d'un sistema iteratiu per al càlcul de les pressions, pot considerar-se com un mètode de simulació ràpid, però té tendència al suavitzat del comportament del fluid, i arriba a un nivell de detall menor que el SPH.

Així, quan ens enfrontem al problema de simular un gran volum de fluid en el qual els esdeveniments que necessiten un alt nivell de detall tenen lloc prop de la superfície (com una piscina o una banyera), sembla molt adequat

combinar ambdós mètodes. En aquest treball, hem fet exactament això: hem estudiat detalladament el MAC i el SPH, i hem construït les nostres pròpies versions d'ambdós; després els hem unit, usant MAC per a la part interna del fluid (més suau i regular) i SPH per a la resta. D'aquesta manera, millorem la velocitat de la simulació, conservant el nivell de detall del SPH en les zones necessàries i la seva flexibilitat (és possible forçar el moviment desitjat mitjançant forces que actuïn individualment

sobre les partícules). Aquestes característiques converteixen aquest mètode híbrid en una eina molt interessant per a l'animació de fluids.

D'altra banda, com a complement natural del tema central d'aquest treball, hem construït també una eina de visualització bàsica, aplicant una tècnica ja existent de *Moving Least Squares* per a la visualització de geometries representades per punts, a la visualització del nostre fluid i fent les adaptacions necessàries.

- GERARD ASCENSI SALA va llegir la seva tesi, dirigida per Joaquim Bruna Floris, titulada *Generadors de $L^p(\mathbb{R})$ amb translacions en temps i freqüència*, el dia 4 de juliol de 2007. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.



Aquesta memòria està estructurada en dues parts. La primera estudia els sistemes de generadors per translacions, els quals tenen sentit en qualsevol $L^p(\mathbb{R})$. Ens centrem sobretot en el cas $L^1(\mathbb{R})$ i $L^2(\mathbb{R})$, encara que també donem resultats en la resta d'espais. La segona part estudia els marcs (una generalització de les bases) en $L^2(\mathbb{R})$ que provenen d'agafar traslladades i modulades d'una funció (Gabor), o traslladades i dilatades (ondetes).

La primera part estudiarà els generadors per translacions. Prenem conjunts de funcions de la forma $T(\varphi, \Lambda) = \{\varphi(t - \lambda) : \lambda \in \Lambda\}$, on φ és una funció de $L^p(\mathbb{R})$ i Λ un conjunt discret de la recta. El que ens preguntem és quan un d'aquests conjunts serà un sistema de generadors per a $L^p(\mathbb{R})$, entenent per sistema de generadors un conjunt tal que les combinacions lineals dels seus elements són denses en l'espai corresponent.

Una de les preguntes típiques que ens podem fer sobre aquesta classe de sistemes és per a quines funcions φ existeix un conjunt de translacions Λ tal que $T(\varphi, \Lambda)$ sigui un sistema de generadors. De moment, aquest continua sent un problema obert. Estudiem un xic l'estat de la qüestió i ens dediquem a dos subconjunts concrets de generadors, els quasianalítics i els analítics. Per a aquests, donem condicions necessàries i suficients molt properes per caracteritzar-los i estudiem una mica com poden ser els conjunts de punts que després donaran lloc a sistemes de generadors.

Una altra pregunta habitual és, fixada una funció φ per a la qual existeixen conjunts Λ tals que $T(\varphi, \Lambda)$ genera un cert espai $L^p(\mathbb{R})$, intentar descriure tots els conjunts Λ amb aquesta propietat. Estudiem aquest problema per a dues funcions concretes, la funció de Poisson i la gaussiana respectivament. En el cas de Poisson, existia una caracterització d'aquests conjunts, i el que fem és generalitzar-la a casos similars. En els cas de la gaussiana, l'únic que podem fer és millorar les condicions que ja es coneixien, ja que sembla difícil una caracterització completa.

A la segona part, estudiem un problema anàleg, però en lloc de fer servir tan sols translacions hi afegim modulacions (Gabor) i dilatacions (ondetes). Aquesta classe de sistemes pot donar lloc a bases i marcs (sistemes de generadors amb molta més estructura), encara que només té sentit en $L^2(\mathbb{R})$.

L'estudi que fem és similar en els dos casos que tractem, Gabor i ondetes. Primer expliquem com discretitzar la transformada contínua. Després donem dos exemples concrets en casos molt particulars en els quals l'espai de transformades està compost per funcions holomorfes. En aquests casos el problema se simplifica i ja havia estat resolt. En tots dos casos, veiem que és pràcticament un accident que hi hagi un espai de fase enterament compost per funcions holomorfes.

Per a la resta de casos, aconseguim donar alguns resultats de mostreig que ens permeten donar condicions suficients per obtenir un marc.

També aconseguim algun resultat d'interpolació (el problema dual).

Finalment, en el cas de Gabor, inaugurarem una nova via d'estudi, restringint-nos a una classe especial de funcions. Aconseguim veure que

- SERGI SIMON I ESTRADA va llegir la seva tesi, dirigida per Juan J. Morales Ruiz (UPC) i Carles Simó i Torres (UB), titulada *On the Meromorphic Non-Integrability of Some Problems in Celestial Mechanics*, el dia 9 de juliol de 2007. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi de la Universitat de Barcelona.

Aquesta tesi presenta la demostració de la no-integrabilitat meromorfa de determinats problemes sorgits de la mecànica celeste, una condició sobre la integrabilitat parcial en un context hamiltonià més ampli, i, mitjançant aquesta condició, una restricció significativa de les demostracions de no-integrabilitat anteriors. Més concretament, podem dividir els resultats en tres apartats:

1. obstruccions a la integrabilitat *total*, en el sentit de Liouville-Arnold, per a hamiltonians concrets;
2. una condició sobre el nombre d'integrals primeres addicionals per a problemes d'un àmbit molt més general que engloba els problemes anteriors;
3. l'ús de la condició del punt **2** per a trobar obstruccions i/o restriccions a la integrabilitat *parcial* dels problemes del punt **1**.

En primer lloc, hem afegit una nova demostració de no-integrabilitat, més senzilla, a les ja existents (Tsygvintsev, Boucher i Weil) per al *Problema de tres cossos* amb masses arbitràries. Hem demostrat també, per primer cop, la no-integrabilitat total del *Problema de N cossos amb masses iguals*. Seguidament, partint d'un resultat de Maciejewski, Przybylska i Yoshida sobre l'existència d'una integral primera addicional per a hamiltonians clàssics de $n \geq 2$ graus de llibertat,

$$H(\mathbf{q}, \mathbf{p}) := \mathbf{p}^T \mathbf{p} / 2 + V(\mathbf{q}),$$

amb potencial $V(\mathbf{q})$ homogeni de grau enter, n'hem aportat una demostració alternativa i n'hem ampliat l'enunciat tot afegint-hi una

l'espai de fase té una extensió a funcions enteres en dues variables. Donem cotes sobre la varietat de zeros que sembla que poden donar lloc a resultats de mostreig millors dels que es coneixen fins ara.



descripció detallada, inèdita fins avui, de la correspondència entre les integrals primeres addicionals i els valors propis de la matriu hessiana $V''(\mathbf{c})$, avaluada en una solució homotètica $\mathbf{c} \in \mathbb{C}^n$ qualsevol. En tercer lloc, i fent servir aquest resultat, hem demostrat, també per primer cop, l'absència d'una integral addicional per al problema de tres cossos (generalitzant així, en certa manera, els teoremes de Bruns i Julliard). La quarta novetat ha estat una fita superior per al nombre d'integrals primeres addicionals per a $N=4,5,6$ masses iguals. La cinquena nova contribució ha estat la demostració, usant la teoria de Morales-Ramis en la seva versió més general, de la no-integrabilitat del *Problema de Hill*, expressat a partir del hamiltonià

$$\mathcal{H}_H(\mathbf{Q}, \mathbf{P}) = H_2 + H_4 + H_6,$$

on

$$H_2 = P^2/2 + Q^2/2,$$

$$H_4 = -2Q^2(P_2Q_1 - P_1Q_2),$$

$$H_6 = -4Q^2(Q_1^4 - 4Q_1^2Q_2^2 + Q_2^4).$$

Aquests resultats han fet palès un grau força variable de complexitat teòrica. En efecte, les demostracions per als problemes de N cossos no requereien més que l'exploració dels valors propis d'una matriu, amb l'avantatge relatiu de conèixer-ne quatre en virtut de les integrals primeres clàssiques. Per tant, no foren necessàries totes les equacions variacionals, sinó aquelles corresponents a aquests quatre valors propis; aquesta primera correspondència s'estableix a través de la reducció del sistema i la introducció de les anomenades equacions variacionals normals, ja descrites per S. Ziglin, J. J. Morales-Ruiz, J.-P. Ramis, J.-A. Weil i d'altres. El Problema de Hill, però, ha requerit l'ús del sistema

variacional complet atès que només gràcies a les funcions especials introduïdes al procés de variació de constants fou possible assegurar la presència d'obstruccions a la integrabilitat. Els lemes previs emprats per a la demostració del nostre resultat sobre integrals primeres addicionals es poden considerar també una novetat, si bé són en llur majoria variacions de lemes i proposicions ja coneguts. Malgrat tot, és dig-

ne d'esment el seguit de resultats puntuals que giren entorn dels invariants racionals d'un cert grup lineal algebraic.

Aquests resultats són un motiu afegit per considerar la teoria de Galois diferencial, i en particular la teoria de Morales-Ramis, com un entorn summament adequat per a la detecció d'obstruccions a la integrabilitat total i parcial de sistemes hamiltonians.

- MIQUEL BRUSTENGA I BORT va llegir la seva tesi, dirigida per Pere Ara Bertrán, titulada *Àlgebres associades a un buirac*, el dia 26 de juliol de 2007. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.



Donat un buirac (graf finit orientat) E i un cos K podem considerar diverses K -àlgebres associades a E . Per exemple, l'àlgebra de camins, $P(E)$, que és la K -àlgebra amb una K -base donada pel conjunt de tots els camins (orientats) en el buirac E , amb el producte induït per la concatenació de camins. L'àlgebra de camins de Leavitt, $L(E)$, es pot obtenir com una localització universal de l'àlgebra de camins. Aquesta tesi tracta de la construcció d'embolcalls regulars de von Neumann de les àlgebres de camins de Leavitt, que podem pensar com a «àlgebres de fraccions totals (generalitzades)» d'aquestes. La construcció d'aquest embolcall regular, en símbols $Q(E)$, és de tal manera que podem calcular $\mathcal{V}(Q(E))$, el monoïde de classes d'isomorfia de mòduls projectius finitament generats. De fet, $\mathcal{V}(Q(E))$ resulta ser isomorf a $\mathcal{V}(L(E))$ que recentment ha estat identificat amb un monoïde associat al buirac E en [P. ARA, M. A. MORENO, E. PARDO, Nonstable K -theory for graph algebras, *Algebras Repr. Theory*, 10:157–158, 2007]. La nostra construcció resulta rellevant per al problema següent proposat per Goodearl a [von Neumann regular rings and direct sum decomposition problems, *Abelian groups and modules (Padova, 1994)*, volume 343 of *Math. Appl.*, pages 249–255. Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 1995].

PROBLEMA OBERT: Quins monoïdes abelians s'obtenen com a $\mathcal{V}(R)$ per a un anell regular R ?

També desenvolupem tècniques per a calcular el K_1 dels anells involucrats, que ens permeten obtenir càlculs explícits de $K_1(L(E))$ i $K_1(Q(E))$. En particular, donem una fórmula per al càlcul del K_1 d'anells de polinomis de Laurent córner-guexos i demostrem que les àlgebres de camins de Leavitt són Morita equivalents a anells d'aquesta forma. Posteriorment, el valor de $K_1(L(E))$ junt amb la successió exacta de localització universal de Schofield en teoria K ens permet estudiar els mòduls finitament presentats sobre l'àlgebra de camins de Leavitt de E . Per aconseguir aquest propòsit, ens ha calgut generalitzar alguns resultats coneguts per al cas de l'àlgebra lliure a l'àlgebra de camins que tenen importància per si mateixos. Com a resultat digne de menció, veiem que l'àlgebra de camins admet una versió de l'algoritme feble de Cohn (amb definicions lleugerament diferents). Utilitzant l'algoritme feble podem provar el resultat següent: tot $P(E)$ -mòdul dreta finitament relacionat P conté un submòdul projectiu Q tal que P/Q té K -dimensió finita, que és una generalització d'un Teorema de Lewin sobre l'àlgebra lliure. Aquest resultat juga un paper clau en l'estudi posterior dels mòduls finitament presentats sobre $L(E)$. També veiem que $Q(E)$ és la localització perfecta dreta maximal de $P(\bar{E})$, on \bar{E} denota el buirac invers de E , és a dir, el buirac amb els mateixos vèrtexs que E però amb les fletxes en sentit contrari.

- ELISENDA FELIU I TRIJUEQUE va llegir la seva tesi, dirigida per José Ignacio Burgos Gil, titulada *On higher arithmetic intersection theory*, el dia 29 de novembre de 2007. La tesi correspon al Departament d'Àlgebra i Geometria de la Universitat de Barcelona.



Aquesta tesi s'emmarca en el programa de la geometria d'Arakelov que es basa en obtenir una teoria d'intersecció aritmètica seguint els passos de la teoria d'intersecció algebraica. Els resultats d'aquesta tesi contribueixen al programa de desenvolupar una teoria d'intersecció aritmètica superior.

Més concretament, hem desenvolupat una teoria d'intersecció superior en varietats aritmètiques, «à la» Bloch, tot modificant els grups de Chow superiors definits per Bloch via una construcció explícita del regulador de Beilinson en termes de cicles algebraics.

Això és, hem construït un representant del regulador de Beilinson usant el complex de Deligne de formes diferencials. Tot seguit, hem desenvolupat una teoria de grups de Chow aritmètics superiors, $\widehat{CH}^p(X, n)$, per a qualsevol varietat aritmètica X sobre un cos. Demostrem que hi ha un producte associatiu i commutatiu en $\widehat{CH}^*(X, *) = \bigoplus_{p,n} \widehat{CH}^p(X, n)$, compatible amb el producte d'intersecció algebraic, que dona per tant un producte d'intersecció aritmètic superior per varietats aritmètiques sobre un cos.

Tot seguit, ens centrem en la relació entre els grups de Chow aritmètics superiors definits i els K -grups aritmètics superiors $\widehat{K}_n(X)_{\mathbb{Q}}$. Per tal de seguir l'esquema algebraic, hauríem de tenir una descomposició dels grups $\widehat{K}_n(X)_{\mathbb{Q}}$ donada pels espais de vectors propis de les operacions Adams $\Psi^k : \widehat{K}_n(X)_{\mathbb{Q}} \rightarrow \widehat{K}_n(X)_{\mathbb{Q}}$. Per la naturalesa de la definició de $\widehat{K}_n(X)$, tant considerant la fibra homotòpica com els grups d'homotopia modificats de Takeda, és aparentment necessari tenir una descripció de les operacions d'Adams en K -teoria algebraica $\Psi^k : K_n(X)_{\mathbb{Q}} \rightarrow K_n(X)_{\mathbb{Q}}$,

en termes d'un morfisme de cadenes, compatible amb el representant del regulador de Beilinson ch .

En la tesi obtenim un morfisme de cadenes que indueix les operacions d'Adams en K -teoria algebraica superior, sobre el cos dels nombres racionals. Aquesta definició és de naturalesa combinatorica i a més, el morfisme està construït amb la idea en ment que hauria de commutar amb el regulador de Beilinson ch donat per Burgos i Wang.

Tot seguit demostrem que aquest morfisme de cadenes commuta amb ch i usem aquest fet per definir operacions d'Adams en els K -grups aritmètics superiors tensorialitzats amb \mathbb{Q} .

El desenvolupament d'aquest treball requeria eines per comparar morfismes dels K -grups algebraics superiors a grups de cohomologia adequats o als mateixos K -grups. Dediquem un capítol de la tesi a estudiar aquestes comparacions de forma general, donant teoremes que detallen condicions suficients per tal que dos morfismes coincideixin. Les demostracions es recolzen en la teoria homotòpica de feixos simplicials.

Com a aplicació, demostrem que les operacions d'Adams definides per Grayson coincideixen, per a tot esquema noetherià regular de dimensió de Krull finita, amb les operacions d'Adams definides per Gillet i Soulé. En particular, se segueix que les operacions d'Adams definides per Grayson satisfan les identitats usuals d'un λ -anell, fet que no quedava demostrat en l'article de Grayson. Els resultats de comparació s'usen també per veure que les operacions d'Adams que definim nosaltres coincideixen amb les operacions d'Adams definides per Gillet i Soulé.

- FRANCESCO VECIL va llegir la seva tesi, dirigida per José Antonio Carrillo de la Plata i Naoufel Ben Abdallah, titulada *A contribution to the simulation of Vlasov-based models*, el dia 17 de desembre de 2007. La tesi correspon al Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona.

És una tesi doctoral de matemàtica aplicada, i tot el material desenvolupat està pensat per a l'aplicació a problemes de física o enginyeria. El fi és la realització de programari per a simulacions numèriques de plasmes o de transistors de diferents tipus. L'equació de Vlasov és una equació de transport, i és l'eina fonamental al llarg de la tesi per a la descripció del moviment de les càrregues elèctriques dins d'un dispositiu electrònic, és a dir, dins d'un material semiconductor, sota l'efecte d'un camp de força aplicada i, eventualment, dels fenòmens d'*scattering* (qualsevol cosa que faci desviar els electrons de la trajectòria balística).

La tesi comença amb la descripció dels mètodes numèrics, segueix amb uns tests simples per a veure si aquests blocs fonamentals funcionen correctament, en casos força coneguts i utilitzats en la literatura científica; així, podem fer comparacions amb els resultats obtinguts per d'altres autors amb altres mètodes. Després, s'apliquen els esquemes a uns models per a la simulació de díodes clàssics, i a uns models que aproximem a diferents nivells una equació cinètica amb un mecanisme de relaxació com a operador d'*scattering*. Finalment, a l'últim capítol, se simula un MOSFET (un tipus de transistor) d'escala nanomètrica, descrit per un model mixte quàntic-clàssic: es parla d'acoblament dimensional, atès que en una dimensió els electrons es descriuen com a partícules, i en l'altra com a ones. Un altre tipus d'acoblament seria el geomètric, en el qual una part del dispositiu es descriu amb un model i una altra amb un altre model, amb condicions d'interfície entre els dos.

El primer capítol s'obre amb les interpolacions WENO puntuals: allà on la funció de distribució de càrregues té gradients molt violents a l'espai de fases, la interpolació polinomial simple i directa produeix oscil·lacions espúries, és a dir, que una part de la variació total es deu al mètode d'interpolació i no al problema en si mateix, i la inestabilitat consegüent treu sentit físic als resultats. WENO prova de corregir aquests inconvenients, amb resultats satisfactoris. Després d'això, s'explica l'*splitting*: la idea per a resoldre un problema complicat és intentar dividir-lo en subproblemes més simples per als quals tinguem solucions, i de vegades es pot aproximar la solució del problema total mitjançant les solucions dels subproblemes. El capítol introdueix, doncs,

dos mètodes per a resoldre l'advecció lineal (un de conservatiu i un altre no), basats en característiques. Les últimes seccions es dediquen al càlcul dels camps de força, a partir de la resolució de l'equació de Poisson, fins al càlcul del potencial quan hi ha fenòmens quàntics, pels quals s'ha de diagonalitzar una matriu deguda a l'equació de Schrödinger, escriure les derivades en sentit direccional dels seus autovalors i autovectors i construir una iteració de Newton-Raphson.

El capítol 2 aplica els mètodes per característiques i *splitting* a uns tests coneguts: una equació de Vlasov amb potencial donat i una relaxació com a operador d'*scattering*, una equació de Vlasov-Fokker-Planck, l'esmoreïment de Landau i un exemple d'inestabilitat, on s'acopla el transport al càlcul autoconsistent del potencial, i un díode simple.

Al capítol 3 s'apliquen les tècniques per a simular uns transistors més complicats, en què les col·lisions són degudes a la interacció dels electrons amb els fonons (vibracions del reticle cristal·lí); a més a més, s'admeten fonons de diferents tipus i amb diferents freqüències.

El capítol 4 és una mica diferent dels altres, i presenta un treball fet en col·laboració amb els professors Thierry Goudon i Pauline Godillon-Lafitte de la Universitat de Lille. La finalitat d'aquest treball no és l'aplicació directa a cap simulació, sinó donar resposta a una pregunta més general: partint d'una equació cinètica simplificada (sense camp de força i amb relaxació com a operador d'*scattering*) amb canvi d'escala difusiu, es poden escriure models intermedis entre el nivell microscòpic, és a dir, l'equació cinètica, que és força costosa (en terminis de temps) de resoldre, i la seva aproximació macroscòpica més grossera, és a dir, l'equació de la calor? Es desenvolupen models intermedis així com els mètodes numèrics per a resoldre'ls, i els resultats són bons també en el cas del test de Su-Olson, un test estàndard per a aquests problemes.

L'últim capítol, que ha estat realitzat essencialment al laboratori MIP, es proposa simular un MOSFET (Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor) d'escala nanomètrica: en una de les dimensions, els electrons són confinats en un pou de potencial per dues capes d'òxid de silici; llavors els electrons tenen nivells d'energia discrets (que en la literatura es coneixen com a

subbandes), i en aquesta dimensió es comporten com a ones, essent els seus estats descrits per l'equació de Schrödinger a l'estat estacionari. En les altres dimensions, que són més llargues, els electrons es comporten com a partícules, llavors són transportats clàssicament. La densitat de càrrega és un estat mixt, és a dir que depèn tant de la part clàssica com de la part quàntica. Com a estructura de banda s'utilitza la versió més simplificada, amb un únic mínim i aproximació parabòlica, i com a operador d'*scattering* un operador de relaxació, ja que l'objectiu de l'estudi és veure si els mètodes utilitzats fun-

cionen, i en cas d'èxit passar a una descripció més precisa, amb estructura de banda de tres valls, factor de no-parabolicitat i un operador d'*scattering* que tingui en compte la dispersió deguda a la interacció amb fonons de diferents tipus, a la rugositat i a la interacció coulombiana. A part, els temps de computació (molt llargs degut al fet que el model és microscòpic i calcula tots els estats transitoris i no només l'estat estacionari) es poden reduir mitjançant una implementació paral·lela. Els resultats han estat molt satisfactoris.

- HELENA SOARES va llegir la seva tesi, dirigida per Rosa M. Miró-Roig, titulada *Steiner Vector Bundles on Algebraic Varieties*, el dia 11 d'abril de 2008. La tesi correspon al Departament d'Àlgebra i Geometria, Universitat de Barcelona.



El problema de la classificació de fibrats vectorials holomorfs sobre varietats algebraiques va aparèixer a la dècada dels cinquanta amb els treballs d'Atiyah, Grothendieck, entre d'altres. Des de llavors, aquesta qüestió ha captat l'atenció de molts matemàtics i ha tingut un desenvolupament extraordinari.

El conjunt de les classes d'isomorfia dels fibrats vectorials sobre una varietat algebraica és massa gran perquè es pugui estudiar directament i esdevé necessari posar-hi restriccions. Durant aquests anys les contribucions al problema de l'estudi dels fibrats vectorials han pres diferents direccions: l'estudi de mòduls o d'espais de mòduls de fibrats semiestables, criteris d'*splitting*, caracterització cohomològica, o l'estudi de determinades famílies de fibrats vectorials són alguns exemples de diferents formes de tractar aquest problema.

L'objectiu principal d'aquesta tesi és definir i estudiar una família nova de fibrats vectorials sobre varietats algebraiques llises i irreductibles, generalitzant els coneguts fibrats d'Steiner sobre un espai projectiu.

Un fibrat vectorial E sobre una varietat algebraica llisa irreductible X es diu un *fibrat d'Steiner* si està definit per una successió exacta

$$0 \rightarrow F_0^s \xrightarrow{\varphi} F_1^t \rightarrow E \rightarrow 0,$$

on $s, t \geq 1$, i (F_0, F_1) és una parella de fibrats vectorials sobre X que compleix les condicions

següents:

- i) (F_0, F_1) és fortament excepcional;
- ii) $F_0^\vee \otimes F_1$ està generat per seccions globals.

Definits els fibrats d'Steiner en un context més ampli, el nostre objectiu següent és estudiar-ne les propietats.

En primer lloc, caracteritzem els fibrats d'Steiner excepcionals E sobre varietats algebraiques llises irreductibles. Més concretament, demostrem que si E és un fibrat general d'Steiner definit per la successió exacta

$$0 \rightarrow F_0^s \xrightarrow{\varphi} F_1^t \rightarrow E \rightarrow 0,$$

on $s, t \geq 1$, i $\lambda := h^0(F_0^\vee \otimes F_1) \geq 3$, llavors E és excepcional si i només si $\chi(\text{End}E) = 1$. Equivalentment, demostrem que E és excepcional si i només si $s = a_k$ i $t = a_{k+1}$, on $a_k = \frac{(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 4})^k - (\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 4})^k}{2^k \sqrt{\lambda^2 - 4}}$, $k \geq 1$, són les solucions de $\chi(\text{End}E) = 1$.

La segona propietat que estudiem és la simplicitat dels fibrats d'Steiner. En concret, demostrem que un fibrat d'Steiner general E és simple si i només si $\chi(\text{End}E) \leq 1$.

Després, ens concentrem en el problema de l'estabilitat dels fibrats d'Steiner excepcionals i aconseguim donar-ne una resposta parcial. Donat un fibrat d'Steiner excepcional E provem que E és estable en el cas que X és una hipersuperfície llisa irreductible de grau $1 \leq d \leq n - 1$, $F_0 = \mathcal{O}_X(-1)$, $F_1 = \mathcal{O}_X$, amb $\lambda = h^0(\mathcal{O}_X(1)) \geq 3$.

Malgrat tot, tractant aquest problema, provem un resultat molt més general d'estabilitat de fibrats excepcionals sobre interseccions completes en \mathbb{P}^n . Més precisament, provem que tot el fibrat excepcional E sobre una intersecció completa llisa $Y \subset \mathbb{P}^n$ de dimensió 3 i de tipus (d_1, \dots, d_{n-3}) , amb $d_1 + \dots + d_{n-3} \leq n$ i $n \geq 4$, és estable.

Finalment, estudiem el problema de la caracterització cohomològica dels fibrats d'Steiner. Provem un resultat que ens dóna condicions cohomològiques suficients perquè un fibrat sobre una varietat projectiva llisa irreductible sigui un fibrat d'Steiner. Tanmateix és possible donar caracteritzacions cohomològiques completes en alguns casos.

- BENITO HERNÁNDEZ BERMEJO va llegir la seva tesi, dirigida per Isaac García Rodríguez, titulada *The Jacobi identities for finite-dimensional Poisson structures: a P.D.E. based analysis of some new constructive results and solution families*, el dia 17 d'abril de 2008. La tesi correspon al Departament de Matemàtica de la Universitat de Lleida.



Les equacions de Jacobi constitueixen un conjunt d'equacions diferencials parcials no lineals que sorgeix de l'aplicació en un sistema arbitrari de coordenades d'una estructura de Poisson definida en una varietat llisa de dimensió finita. Certes solucions antisimètriques d'aquestes equacions s'investiguen en aquesta dissertació. Això es fa des d'una perspectiva doble incloent-hi tant la determinació de famílies de solucions noves com la construcció global d'anàlisi de Darboux de les estructures de Poisson. La majoria dels resultats generals investigats es refereixen al cas de solucions de dimensió arbitrària. La perspectiva així obtinguda és d'interès en vista del relativament modest nombre de famílies de solucions d'aquesta classe comunicades en la literatura. Així mateix, l'anàlisi global de Darboux de les matrius d'estructura dóna, en primer lloc, la determinació global de conjunts complets d'invariants distingits funcionalment independents, proporcionant així una descripció global de l'estructura simplèctica de l'espai de fases de qualsevol sistema de Poisson associat; i en segon lloc, la determinació constructiva i global de la forma canònica de Darboux. Aquest tipus d'anàlisi és d'interès perquè la construc-

ció de les coordenades de Darboux és només coneguda per una mostra limitada d'estructures de Poisson i, a més a més, el fet de realitzar globalment tal reducció millora l'abast del teorema de Darboux, les úniques garanties del qual en principi són l'existència local de les coordenades de Darboux. En aquest treball, aquestes reduccions a vegades fan ús de reparametritzacions del temps, així en acord amb les definicions usals d'equivalència de sistemes. De fet, les reparametritzacions del temps juguen un paper significatiu en la comprensió de les condicions sota les quals la forma canònica de Darboux es pot implementar globalment, una qüestió també investigada en detall en aquesta tesi. Les implicacions d'aquests resultats dins la connexió amb la integrabilitat són també considerades en aquest context.

La tesi s'estructura de la manera següent: el capítol 1 és una revisió de diversos resultats clàssics i coneguts que descriuen el marc bàsic de la investigació. Les contribucions originals de la tesi s'inclouen en els capítols 2, 3 i 4. El treball acaba en el capítol 5 amb la presentació d'algunes conclusions.

- ADOLFO DÍAZ CORDERO va llegir la seva tesi, dirigida per Maria Isabel García Planas, titulada *Sistemas singulares. Invariantes y formas canónicas*, el dia 22 de setembre de 2008. La tesi correspon al Departament de Matemàtica Aplicada I de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Els objectes tractats en aquesta tesi són sistemes dinàmics lineals singulars invariants en el temps $E\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx$, els quals representem mitjançant quaternes de matrius $(E, A, B, C) \in M_n(\mathbb{C}) \times M_n(\mathbb{C}) \times M_{n \times m}(\mathbb{C}) \times M_{p \times n}(\mathbb{C})$.

L'estudi se centra en la relació d'equivalència, que anomenem semblança per realimentació proporcional i derivada i injecció externa proporcional i derivada, que és la que admet canvis de base en els espais d'estats, d'entrades i de sortides, realimentació d'estats tant proporcional com derivada, injecció externa també proporcional i derivada i, a més, premultiplicació de l'equació d'estats per una matriu invertible.

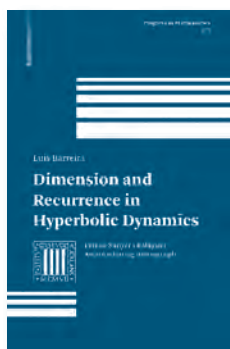
Aquesta relació es pot considerar com la generalització natural de la semblança per a matrius quadrades i la semblança per blocs de la qual s'obté la forma reduïda de Kronecker. Amb els estudis realitzats fins ara, la realimentació derivada així com la injecció externa derivada no estaven incloses en la relació, però si es té en compte que els conceptes de controlabilitat i observabilitat d'un sistema, tan importants en teoria de control, porten implícita la condició necessària que les matrius E i A del sistema siguin invertibles o s'hi han de poder transformar mitjançant realimentacions proporcionals i/o derivades i injeccions externes proporcionals i/o derivades, ens indueixen a introduir aquestes accions a la relació de equivalència. Cal observar que en el cas de sistemes estàndard les realimentacions

proporcionals i les injeccions externes han estat incloses en la relació d'equivalència per molts autors des de fa temps.

Per aquesta relació d'equivalència, el fet de trobar una forma reduïda canònica és un problema obert, del qual es dona solució en aquesta tesi en el cas de sistemes regularitzables, que cal dir que són aquells en els quals o bé són regulars o bé mitjançant realimentació tant proporcional com derivada i injecció externa també tan proporcional com derivada, el sistema es transforma amb un de regular. Recordem que els sistemes regulars són aquells per als quals es garanteix l'existència de solució única per a qualsevol condició inicial consistent.

Per aquesta relació d'equivalència sobre el conjunt obert i dens dels sistemes regularitzables, també es troba un conjunt complet d'invariants que permet decidir, donada una quaterna qualsevol, a quina classe d'equivalència pertany.

S'aborda també el càlcul de deformacions versals per la relació d'equivalència seguint les tècniques geomètriques introduïdes per V. I. Arnold en el cas particular de la varietat diferenciable de les matrius quadrades en les quals actua el grup lineal. Una aplicació de la descripció de deformacions miniversals explícites és l'estudi de perturbacions locals i l'obtenció de la dimensió de les diferents òrbites. Es realitza també l'anàlisi de l'estabilitat estructural caracteritzant les quaternes estructuralment estables.



Dimension and Recurrence in Hyperbolic Dynamics

Barreira, L., Universidade Tecnica Lisboa, Portugal

Winner of the Ferran Sunyer i Balaguer Prize 2008.

The main objective of this book is to give a broad unified introduction to the study of dimension and recurrence in hyperbolic dynamics. It includes the discussion of the foundations, main results, and main techniques in the rich interplay of four main areas of research: hyperbolic dynamics, dimension theory, multifractal analysis, and quantitative recurrence. It also gives a panorama of several selected topics of current research interest. More than half of the material appears here for the first time in book form, describing many recent developments in the area such as topics on irregular sets, variational principles, applications to number theory, measures of maximal dimension, multifractal nonrigidity, and quantitative recurrence. All the results are included with detailed proofs, many of them simplified or rewritten on purpose for the book.

2008. XIV, 300 p. Hardcover
ISBN 978-3-7643-8881-2
PM — Progress in Mathematics, Vol. 272

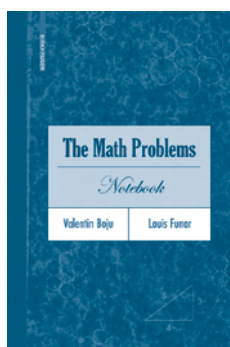


Group-based Cryptography

Myasnikov, A., McGill University, Montreal, QC, Canada / **Shpilrain, V.**, The City College of New York, NY, USA / **Ushakov, A.**, Stevens Institute of Technology, Hoboken, NJ, USA

This book is about relations between three different areas of mathematics and theoretical computer science: combinatorial group theory, cryptography, and complexity theory. It is explored how non-commutative (infinite) groups, which are typically studied in combinatorial group theory, can be used in public key cryptography. It is also shown that there is a remarkable feedback from cryptography to combinatorial group theory because some of the problems motivated by cryptography appear to be new to group theory, and they open many interesting research avenues within group theory. Then, complexity theory, notably generic-case complexity of algorithms, is employed for cryptanalysis of various cryptographic protocols based on infinite groups, and the ideas and machinery from the theory of generic-case complexity are used to study asymptotically dominant properties of some infinite groups that have been applied in public key cryptography so far. Its elementary exposition makes the book accessible to graduate as well as undergraduate students in mathematics or computer science.

2008. XV, 183 p. Softcover
ISBN 978-3-7643-8826-3
ACM — Advanced Courses in Mathematics - CRM Barcelona



The Math Problems Notebook

Boju, V., MontrealTech, Institute de Technologie de Montreal, QC, Canada / **Funar, L.**, CNRS, Université de Grenoble I, France

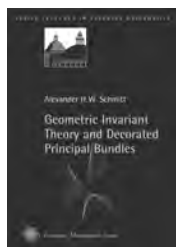
The Math Problems Notebook is a collection of nontrivial, unconventional problems requiring deep insight and imagination reminiscent of those discussed at Sunday Math Circles. These circles have become a place for disseminating beautiful mathematics at an elementary level for college students who have a common passion for mathematics. The problems cover many topics, including number theory, algebra, combinatorics, geometry and analysis, of varying levels of difficulty. The presentation of each topic begins with simple exercises and follows with more difficult problems, challenging enough even for the experienced problem solver. The easier problems focus on basic methods and tools, while the more advanced problems develop problem-solving techniques, intuition and promote further research. Undergraduates and teachers of advanced mathematics, as well as the casual mathematician will mutually enjoy *The Math Problems Notebook*.

2007. XII, 236 p. 21 illus. Softcover
ISBN 978-0-8176-4546-5



New books published by the European Mathematical Society

20% discount for individual members of
the European, American, Australian, Canadian
and Swiss Mathematical Societies!



Alexander H.W. Schmitt (Freie Universität Berlin, Germany)

Geometric Invariant Theory and Decorated Principal Bundles (Zurich Lectures in Advanced Mathematics)

ISBN 978-3-03719-065-4. 2008. 400 pages. Softcover. 17.0 cm x 24.0 cm. Euro 48.00

The book starts with an introduction to Geometric Invariant Theory (GIT). The fundamental results of Hilbert and Mumford are exposed as well as more recent topics such as the instability flag, the finiteness of the number of quotients, and the variation of quotients. In the second part, GIT is applied to solve the classification problem of decorated principal bundles on a compact Riemann surface. The book concludes with a brief discussion of generalizations of these findings to higher dimensional base varieties, positive characteristic, and parabolic bundles. The text is fairly self-contained and features numerous examples and exercises. It addresses students and researchers with a working knowledge of elementary algebraic geometry.



Paul Seidel (Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA)

Fukaya Categories and Picard–Lefschetz Theory (Zurich Lectures in Advanced Mathematics)

ISBN 978-3-03719-063-0. 2008. 336 pages. Softcover. 17 cm x 24 cm. Euro 46.00

The central objects in the book are Lagrangian submanifolds and their invariants, such as Floer homology and its multiplicative structures, which together constitute the Fukaya category. The relevant aspects of pseudo-holomorphic curve theory are covered in some detail, and there is also a self-contained account of the necessary homological algebra. The last part discusses applications to Lefschetz fibrations, and contains many previously unpublished results. The book will be of interest to graduate students and researchers in symplectic geometry and mirror symmetry.

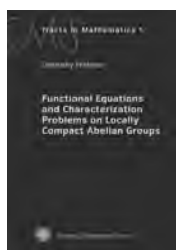


Martin J. Mohlenkamp (Ohio University, Athens, USA), María Cristina Pereyra (University of New Mexico, Albuquerque, USA)

Wavelets, Their Friends, and What They Can Do for You (EMS Series of Lectures in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-018-0. 2008. 119 pages. Softcover. 17.0 cm x 24.0 cm. Euro 24.00

So what is all the fuss about wavelets? You can find out by reading these notes. They will introduce you to the central concepts surrounding wavelets and their applications. By focusing on the essential ideas and arguments, they enable you to get to the heart of the matter as quickly as possible. They then point you to the appropriate places in the literature for detailed proofs and real applications, so you can continue your study. They begin with the notion of time-frequency analysis, present the multiresolution analysis and basic wavelet construction, introduce you to the many friends, relatives and mutations of wavelets, and finally give a selection of applications. They are suitable for beginning graduate students and above.

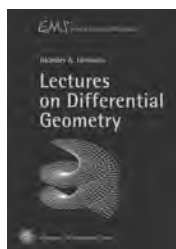


Gennadiy Feldman (Institute for Low Temperature Physics and Engineering, Kharkov, Ukraine)

Functional Equations and Characterization Problems on Locally Compact Abelian Groups (EMS Tracts in Mathematics Vol. 5)

ISBN 978-3-03719-045-6. 2008. 268 pages. Hardcover. 17.0 cm x 24.0 cm. Euro 58.00

This book deals with the characterization of probability distributions. It is well known that both the sum and the difference of two Gaussian independent random variables with equal variance are independent as well. The converse statement was proved independently by M. Kac and S. N. Bernstein. This result is a famous example of a characterization theorem. In general, characterization problems in mathematical statistics are statements in which the description of possible distributions of random variables follows from properties of some functions in these variables. This monograph is addressed to mathematicians working in probability theory on algebraic structures, abstract harmonic analysis, and functional equations.



Iskander A. Taimanov (Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk, Russia)

Lectures on Differential Geometry (EMS Series of Lectures in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-050-0. 2008. 219 pages. Softcover. 17 cm x 24 cm. Euro 34.00

Differential geometry studies geometrical objects using analytical methods. Like modern analysis itself, differential geometry originates in classical mechanics. For instance, geodesics and minimal surfaces are defined via variational principles and the curvature of a curve is easily interpreted as the acceleration with respect to the path length parameter. Modern differential geometry in its turn strongly contributed to modern physics. This book gives an introduction to the basics of differential geometry, keeping in mind the natural origin of many geometrical quantities, as well as the applications of differential geometry and its methods to other sciences. The book is addressed to students as well as to anyone who wants to learn the basics of differential geometry.

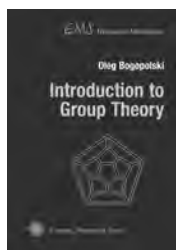


Marek Jarnicki (Jagiellonian University, Kraków, Poland), Peter Pflug (University of Oldenburg, Germany)

First Steps in Several Complex Variables: Reinhardt Domains (EMS Textbooks in Mathematics)

ISBN 978-3-03719-049-4. 2008. 367 pages. Hardcover. 16.5 cm x 23.5 cm. Euro 58.00

This book provides a comprehensive introduction to the field of several complex variables in the setting of a very special but basic class of domains, the so-called Reinhardt domains. In this way the reader may learn much about this area without encountering too many technical difficulties. Numerous exercises are included to help the readers with their understanding of the material. Further results and open problems are added which may be useful as seminar topics. The primary aim of this book is to introduce students or non-experts to some of the main research areas in several complex variables. The book provides a friendly invitation to this field as the only prerequisite is a basic knowledge of analysis.



Oleg Bogopolski (TU Dortmund, Germany)

Introduction to Group Theory

ISBN 978-3-03719-041-8. 2008. 187 pages. Hardcover. 16.5 cm x 23.5 cm. Euro 38.00

This book quickly introduces beginners to general group theory and then focuses on three main themes: finite group theory, including sporadic groups; combinatorial and geometric group theory, including the Bass–Serre theory of groups acting on trees; the theory of train tracks by Bestvina and Handel for automorphisms of free groups. Presupposing only a basic knowledge of algebra, the book is addressed to anyone interested in group theory.